

学校代码: 10284

分类号: _____

密 级: 不保密

U D C: _____

学 号: MG20220166



南京大學

硕士学位论文

论文题目	<u>参量阵扬声器远场</u> <u>指向性的研究</u>
作者姓名	<u>陈哲</u>
专业名称	<u>声学</u>
研究方向	<u>非线性声学</u>
导师姓名	<u>章东 教授</u>

2023年 5月 17日

答辩委员会主席 马青玉

评 阅 人 盲审

论文答辩日期 2023年 5月 18日

研究生签名:

导师签名:

南京大学研究生毕业论文中文摘要首页用纸

毕业论文题目：参量阵扬声器远场指向性的研究

声学 专业 20 级硕士生姓名：陈哲

指导教师（姓名、职称）：章东 教授

摘要：

参量阵扬声器的概念最早由 Westervelt 于 1963 年提出，随后在 1983 年由 Yoneyama 应用到空气中产生高指向性音频声束，该应用称之为参量阵扬声器。当参量扬声器阵发出两束频率为 f_1 , f_2 ($f_1 > f_2$) 的高强度超声时，由于声场的二阶非线性效应，会产生出一种频率为 $f_1 - f_2$ 的声波，称为差频波，这种差频波有着尖锐的指向性。声场的指向性描述的是远场不同方向的声压幅值与主轴上声压幅值的比值，体现了参量阵扬声器发出的声音的指向效果。指向性是描述参量阵扬声器产生的音频声辐射模式的直接指标，但由于非线性方程的复杂性，其预测准确性是一个具有挑战性的课题。

本文首先基于 Westervelt 方程的准线性解，推导了计算指向性的二维和三维卷积模型，得到的表达式分别用二维和三维模型的超声指向性和 Westervelt 指向性的线性卷积和球卷积表示。为了提高预测精度，将得到的表达式乘以由音频声的孔径因子产生的有效指向性，称为修正卷积模型指向性。本文对比研究了 Westervelt 指向性、直接卷积模型指向性、修正卷积模型指向性。

其次对推导结果进行数值模拟，给出二维活塞，二维偏转波束，三维圆形活塞，三维圆形偏转波束，矩形活塞，矩形偏转波束的参量阵扬声器的指向性，并研究参量阵扬声器尺寸和音频声频率的影响。

最后搭建参量阵扬声器实验平台，测量了参量阵扬声器的指向性。通过圆形活塞、正方形活塞、矩形波束偏转参量阵扬声器的测量结果进行对比，发现三维模型的实验结果不管是正前方还是偏转一定角度发出，其指向性主瓣部分都与文章所提出的修正卷积模型更为吻合。由于音频声的孔径因子，在大孔径尺寸和高频率的音频声指向性中会出现旁瓣，本文的修正卷积模型能准确的预测旁瓣的形成以及分布，为准确测量参量阵扬声器的指向性提供巨大帮助。但是旁瓣的具体指向性数值大小与模拟结果存在差异，有待后续研究和更加准确的理论模型。

摘要

关键词：参量阵扬声器，指向性，卷积模型，孔径因子，声衰减系数

南京大学研究生毕业论文英文摘要首页用纸

THESIS: A note on the far-field directivity of audio sound generated by a
parametric array loudspeaker

SPECIALIZATION: Acoustics

POSTGRADUATE: Zhe Chen

MENTOR: Professor Dong Zhang

Abstract

The concept of parametric array loudspeaker was first proposed by Westervelt in 1963 and then applied by Yoneyama in 1983 to generate high directivity audio beam in the air. The application is called parametric array loudspeaker. When the parametric loudspeaker array emits two high-intensity ultrasonic beams with frequency f_1 and f_2 , due to the second-order nonlinear effect of sound field, a kind of sound wave with frequency $f_1 - f_2$ will be generated, which is called differential frequency wave, and this kind of differential frequency wave has sharp directivity. Directivity of sound field describes the ratio of sound pressure amplitude in different directions of the far field to the sound pressure amplitude on the spindle, which reflects the directional effect of the sound emitted by the parametric array speaker. Directivity is a direct index to describe the mode of audio radiation generated by parametric array loudspeakers, but its prediction accuracy is a challenging subject due to the complexity of nonlinear equations.

Firstly, based on the quasi-linear solution of Westervelt equation, the convolution models of two and three dimensions are derived to calculate directivity. The expressions obtained are expressed in terms of ultrasonic directivity and Westervelt directivity of two and three dimensions, respectively, by linear convolution and spherical convolution. In order to improve the prediction accuracy, the expression obtained is multiplied by the effective directivity generated by the aperture factor of the audio sound, which is called modified convolution model directivity. Westervelt directivity, direct convolutional model directivity and modified convolutional model directivity are the main objects of comparison theory study in this paper, and provide comparison objects for subsequent experimental measurement.

Secondly, the results are numerically simulated, and the directivity of the parametric array loudspeaker with two-dimensional piston, two-dimensional deflection beam, three-dimensional circular piston, three-dimensional circular deflection beam, rectangular piston and rectangular deflection beam is given. The influence of the size of the parametric array loudspeaker and the frequency of audio is studied.

Finally, the experimental platform of parametric array loudspeaker is built according to the existing laboratory equipment, and the directivity of parametric array loudspeaker is measured. By comparing the measurement results of circular piston, square piston and rectangular beam deflection parametric array loudspeaker, it is found that the experimental results of the three-dimensional model are more consistent with the proposed modified convolution model, whether it is directly in front of the model or when it is deflected at a certain Angle. Due to the aperture factor of audio, sidelobe will appear in large aperture size and high frequency audio directivity. The modified convolution model in this paper can accurately predict the formation and distribution of sidelobe, which provides great help for the accurate measurement of directivity of parametric array loudspeaker. However, the specific directivity value of the sidelobe is different from the simulation result, which needs further research and more accurate theoretical model.

Keywords: parametric array loudspeaker, directivity, convolution model, aperture size, attenuation coefficient

目录

摘要:	I
Abstract.....	III
目录	V
第一章 绪论	1
1.1 参量阵扬声器的研究现况	1
1.2 参量阵扬声器指向性模型的研究现况	2
1.2.1 远场	3
1.2.2 Westervelt 方程	4
1.2.3 Kuznetsov 方程	5
1.3 本文主要工作和意义	5
第二章 卷积模型的理论研究	9
2.1 卷积模型的理论推导	9
2.1.1 模型基础	9
2.1.2 二维模型	10
2.1.3 三维模型	13
2.1.4 声衰减系数	14
2.2 数值模拟	16
2.2.1 数值模拟基础情况	16
2.2.2 二维活塞模型	16

2.2.3 二维偏转波束模型	18
2.2.4 三维活塞模型	20
2.2.5 三维偏转波束模型	22
2.2.6 矩形活塞模型	24
2.2.7 矩形偏转波束模型	26
第三章 卷积模型的实验探究	29
3.1 实验设置条件	30
3.2 圆形参量阵扬声器	30
3.2.1 实验内容	30
3.2.2 实验结果与分析	31
3.3 矩形参量阵扬声器	33
3.3.1 实验内容	33
3.3.2 试验结果与分析	33
3.4 矩形偏转波束参量阵扬声器	35
3.4.1 实验内容	35
3.4.2 实验结果和分析	35
第四章 总结与展望	37
硕士期间已发表与待发表的论文	38
致谢	39
参考文献	41

第一章 绪论

1.1 参量阵扬声器的研究现状

参量阵扬声器是参量阵扬声器在空气中的应用，以其特殊的低频指向性而闻名^[1, 2]。近年来，已成功应用于众多音频工程，包括主动噪声控制^[3, 4]，声重放^[5]，吸声测量^[6]等等。

声波在传播时会发生畸变，这可以看作是声波与自身的非线性相互作用^[7]。当参量阵扬声器发出两束频率为 f_1 , f_2 ($f_1 > f_2$) 的超声时，由于声场的二阶非线性效应，会产生出四种频率分别为 $2f_1$, $2f_2$, $f_1 - f_2$, $f_1 + f_2$ 的声波。其中频率为 $f_1 - f_2$ 的称为差频波。这些成分的出现已经在许多研究中得到了证明和观察，这种非线性现象被称为“声音对声音的散射”，尽管它通常是指非线性相互作用区域之外的差频波的产生^[8-13]。对高阶非线性分量的利用也有进一步的研究和应用^[14-20]

受到这些发现的启发，Westervelt 在 1963 年第一个提出了声参量阵的概念^[21]。当声参量阵辐射两个频率为 f_1 和 f_2 的准直主声波时，在频率为 $f_1 - f_2$ 的频率上产生具有尖锐指向性的差频波，二阶非线性效应使声束在差频波中表现为虚拟源的分布^[22]。这些虚拟源的源密度与主波的振幅成正比，主波的振幅沿传播轴（虚拟源阵列的末端发射方向）近似指数衰减^[23]。这些源形成一个半无限长的所谓“端射阵列”^[1]，它能在无旁瓣的情况下，在末端发射方向产生低频指向声束^[24-27]。

声参量阵最早应用于水下，如海底剖面^[28, 29]、水下通信^[30]、埋藏物探测^[31]等，相关综述见^[32]。声参量阵在空气中的应用被称为参量阵扬声器，其中初级声和差频声分别对应于超声和音频声。1975 年，Bennett 和 Blackstock 首次通过实验观测到空气中的参量效应^[33]。Yoneyama 等人，根据声参量阵原理设计并制造了一种新型参量阵扬声器^[34] 他们使用 547 个 PZT 双晶超声换能器，其中心频率为 40 kHz，产生 200 Hz 至 20 kHz 的音频声音，并如预期的那样在测量中观察到音频波的尖锐指向性。

虽然参量阵扬声器能够在低频产生高指向性声束，但声束的振幅随着距离的增加而略微减小，这在某些应用中是一个缺点。例如：当在房间里使用参量阵扬

声器时，会发生来自墙壁和地板的多次反射。Hedberg 等人提出了一种所谓的“限长参量阵扬声器”，它只能在换能器前的有限范围内产生可听的声音^[35]。其基本原理是通过使用另一个不同载频的参量阵扬声器来抵消参量阵扬声器产生的声音，产生振幅相同但反相位的可听声音。Nomura 等人提出了一种时域有限差分 (FDTD)方法来数值模拟轴对称限长参量阵扬声器所产生的声音传播^[36]。Skinner 等人使用了一对商业成品参量阵扬声器，并进行了一系列测量，以评估长度有限的参量阵扬声器的实用性^[37]。

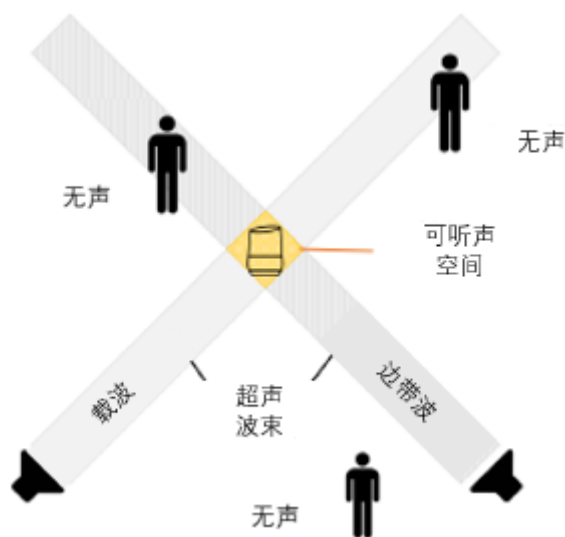


图 1-1 两个参量阵扬声器产生的音频声

除了将音频声音限制在参量阵扬声器的近场外，也有远程创建音频点的研究^[38-41]。如图 1-1 所示，该技术的思想是由两个分离的参量阵扬声器发射载波(f_1)和边带波(f_2)。这两种声束在传播过程中是听不到的，因为它们是超声波。然而，由于两束声束之间的参量非线性相互作用，重叠区域的声音是可听的。该特性可以秘密地传递声音。

1.2 参量阵扬声器指向性模型的研究现状

近年来，人们对可转向参量阵扬声器的发展越来越感兴趣，其目的是在不需要机械地旋转声源的情况下，将高度指向的音频波束转向所需的方向^[42-45]。参量阵扬声器所产生音频声的指向性是描述参量阵扬声器声辐射模式的重要指标，但如何对其进行准确预测仍具有挑战性，本文将对此进行研究。

精确且计算效率高的参量阵扬声器预测模型是利用参量阵扬声器模拟有源降噪控制(Active Noise Control, ANC)和其他相关音频系统性能的必要条件。其基本模型是安装在无限大反射面上的圆形参量阵扬声器^[46]。当参量阵扬声器以不同频率辐射两束超声波时, 由于二阶非线性, 会产生包含差频波(空气中的音频声音)的二次波。主波的非线性相互作用比较复杂, 在数学建模中需要做一些近似和简化。出于安全考虑, 参量阵扬声器产生的超声水平是有限的^[1, 47, 48], 非线性通常较弱, 通常假设为准线性近似。在准线性假设下, 通过将声场扩展到二阶, 可以得到一组超声和音频声音的层次线性波动方程^[7, 49]。这使得超声可以被模拟为平面源的辐射, 因此可以使用众所周知的瑞利积分来获得声场公式。音频声音被视为来自无限大体积源的辐射, 源密度与超声波声压的乘积成正比。

1.2.1 远场

远场音频声压的计算表达式通常简单得多, 可以用来分析参量阵扬声器的指向性^[50]。Westervelt 开创性的工作中提出了音频波束方向性的第一个封闭式表达式, 通常称为 Westervelt 指向性^[21]。在该模型中, 假设超声波在参量阵扬声器近场准直并完全衰减, 音频声音被视为由虚源线阵列产生, 源密度沿参量阵扬声器辐射轴呈指数下降^[21]。该解证明了参量阵扬声器的明显指向性。然而, 使用 Westervelt 指向性得到的预测与实验测量之间存在很大差异^[50], 这被认为是由于原始模型中的假设造成的。

为了提高指向性预测的准确性, 众多学者已经做了许多尝试。Berktay^[51]和 Bertay 和 Leahy^[52]通过考虑超声波柱/球传播产生的影响, 修正了 Westervelt 的方向性, 并通过为换能器引入孔径因子和超声波的乘积指向性来提高预测精度。Berktay 的解在时域中是一个简单的表达式, 它为参量阵扬声器实现中的信号调制技术提供了基础^[1, 53]。Berktay 将音频声音的产生描述为一个自调制的过程, 因此音频声音有时被称为解调信号。后来 Shi 和 Gan 对 Bertay 模型进行了数次修改, 以提高参量阵扬声器旁瓣的预测精度^[54]。

迄今为止, 最准确的远场预测方法是采用超声波指向性和 Westervelt 指向性的卷积^[55-57]。然后, 可以在卷积模型中设置超声的任意方向性来计算音频声音的方向性, 报道的实验结果表明, 对于可操纵的参量阵扬声器, 它优于其他现有的

远场模型^[50-55]。然而,假设超声束在每个方向上都是指数衰减的,这在现实中是不正确的,因为近场超声束的复杂性,大多数非线性相互作用发生在近场。此外,当参量阵扬声器尺寸大于 0.04 m 时,远场距离通常超过 10 m^[58-59],与实际应用相比太远了。因此,即使是在测量距离参量阵扬声器 4 m 的声压时,预测和测量之间的差异仍然存在^[55]。

1.2.2 Westervelt 方程

Westervelt 方程是一个精确描述非线性传播的方程。在该模型中,超声首先使用传感器表面面积上的二重瑞利积分来计算。其次,音频声音通过源密度(由超声场确定)和点源格林函数的乘积的整个空间上的三重积分来计算。这种方法的结果是一个五重积分,非常耗时^[60]。Khokhlov-Zabolotskaya-Kuznetsov (KZK) 方程是 Westervelt 方程的抛物线近似,只适用于近轴区域^[46-61]。

为了简化计算,通常使用高斯束展开(Gaussian Beam Expansion)方法,因为它简化了超声和音频声音所需的双重积分^[46-62]。高斯束展开方法利用多个高斯函数逼近传感器表面的振动速度分布。由于具有高斯轮廓的平面源的辐射在近轴(菲涅耳)近似下具有封闭解,因此可以通过多个高斯束的辐射叠加来简化超声场的计算。如果平面的辐射面是圆形的,那么二重积分可以用一重求和来简化。已有研究表明,利用优化理论,各种速度分布可以用高斯束近似^[62-69]。

除了具有圆形表面的平面源外,高斯束展开方法还可用于具有其他形状的源,如矩形和椭圆,并且通过两重求和简化了两重积分^[65-67-68]。然后将其扩展用于计算矩形参量阵扬声器^[70-72]和由圆形单元^[73]组成的参量阵扬声器数组产生的音频声音。在早期研究中,高斯束展开方法同时应用于超声和音频,因此预测精度与使用 KZK 方程得到的预测精度相当^[73]。2013 年, Cervenka 和 Bednaik 仅将高斯束展开用于超声,获得了更精确的解,称为“非傍轴模型”^[46]。

高斯束展开模型采用近轴近似,对该模型提出了一些适用于非近轴区域的扩展^[74-75]。虽然高斯束展开方法比直接积分方法计算时间短,但高斯函数不是一个完全集,因此它不是准线性近似下 Westervelt 方程的精确解。此外,无论使用多少个高斯束,均匀活塞源都会发生吉布斯振荡^[62-69],由于整个空间上的三重积分,离轴音频声音的计算仍然很耗时。

1.2.3 Kuznetsov 方程

即使在没有附加近似的情况下计算基于 Westervelt 方程的五重积分, 当所谓的“局部效应”在超声的非线性相互作用中占主导地位时, 预测也可能不准确^[61]。在这种情况下, 如果忽略三次项和更高次项, 可以使用二阶非线性波动方程对该过程进行建模^[61]。该方程中包含了表征局部效应的拉格朗日密度, 如果忽略拉格朗日密度, 则可以简化为 Westervelt 方程。然而, 由于难以计算拉格朗日密度的空间二阶导数, 该方程很少用于数值计算^[76]。相反, Kuznetsov 方程更方便, 它与二阶非线性方程相同, 但用速度势表示^[61, 77]。对于递进平面波, 已有研究表明, 在远离参量阵扬声器的场点上, 拉格朗日密度的影响很小, 可以忽略不计。然而, 在接近参量阵扬声器的点上, 精度显著降低^[77]。

1.3 本文主要工作和意义

与传统的电动扬声器相比, 参量阵扬声器所产生的音频声场更为复杂, 因为其参量生成本质上是是非线性的。将正面音频声场划分为近场、Westervelt 远场和逆律远场^[58]组成。在近场, 超声引起的局部非线性很强, 导致音频声压波动。波在近场的传播需要一般的二阶非线性波动方程来模拟^[61, 77]。它的等效形式表示为速度势的 Kuznetsov 方程更为常用, 因为超声拉格朗日密度的空间导数的困难的估测可以避免^[58, 77]。此外, 本文还提出了一种准线性 Westervelt 方程的代数修正方法, 为减少计算量, 将局部非线性纳入修正范围^[78]。在 Westervelt 远场中, Westervelt 方程足以准确地描述波的传播, 文献中提出了各种数值方法^[60, 79]。值得注意的是, 在 Westervelt 远场近轴区域音频声的快速计算方面已经有较多工作, 但大多会以牺牲预测精度为代价^[71, 46]。

本文主要研究了音频声压与传播距离成反比的反律远场数值模型。反律远场中音频的声指向性是表征参量阵扬声器辐射模式的一个直观指标。虽然近场声场计算方法和 Westervelt 远场声场计算方法也可用于指向性的计算, 但计算过程相当复杂和耗时。Westervelt 在 1963 年首先得到了一个简单的指向性闭合表达式, 现在称为 Westervelt 指向性^[21]。表达式表明, 声源的指向性由声源频率和大气

吸收引起的超声衰减系数决定。Berklay 和 Leahy 通过考虑孔径因子和波型来提高 Westervelt 指向性的精度^[51, 52]。然而, 它们只适用于活塞源, 这意味着辐射表面上的速度分布是均匀的。2006 年, Gan 等人使用乘积指向性模型来估计可操纵参量阵扬声器的辐射模式, 该模型将音频声音指向性近似为两个超声波指向性的乘积^[80]。该模型为计算非活塞源(如可操纵参量阵扬声器)的指向性提供了基础。由于该模型忽略了音频声波的衍射, 并使用等效高斯源阵列^[54]在一定程度上解决了这一问题, 因此用乘积指向性模型预测的旁瓣水平比测量值小得多。转换后的 KZK 方程利用有限差分法计算了远场, 但由于采用了旁轴近似, 得到的结果仅在小角度内准确^[81]。

迄今为止, 最准确和计算效率最高的计算指向性的数值模型是由 Shi 和 Kajikawa 在 2015 年提出的^[55]。其基本思想是参量阵扬声器在空气中发射无限多的超声波波束, 在每个方向上产生的音频声音都有一个由该方向超声波振幅加权的 Westervelt 指向性波束模式。因此, 总音频指向性是所有贡献的音频波束模式的总和, 导致 Westervelt 指向性和超声指向性的卷积, 因此现在称为卷积模型。该方法提供了与测量更好的一致性, 并被证明在可转向参量阵扬声器的方向性控制^[7]以及调制算法的谐波失真预测^[57]方面是一个强大的工具。然而, 文献^[55]中提出的卷积模型仅对二维(2D)辐射问题有效, 因此它只用于线性相控阵参量阵扬声器的应用。此外, 如文献^[56]中所讨论的, Westervelt 指向性的相位被忽略, 这可能导致预测的不准确。文献^[56]中也推导了三维(3D)卷积模型, 但没有考虑方位方向上的卷积。在卷积模型中, 复杂的近场超声压力可以简单地用远场内推压力来近似。这种近似只在远场的超声场是准确的, 这被认为是超出瑞利距离^[82]。因此, 超声波在近场的非线性相互作用不能被正确描述, 导致音频声音方向性的预测不准确。由于瑞利距离较大, 在较大的孔径尺寸和/或较高的超声频率下, 不准确性更为显著。

本文基于 Westervelt 方程的准线性解, 推导了计算指向性的二维、三维卷积模型。为了提高指向性的预测精度, 将得到的表达式乘以由音频声音的孔径因子产生的有效指向性, 从而得到修正后的卷积模型公式。在二维和三维模型中给出了圆形活塞和可转向轮廓的数值结果, 并针对实际应用中常用的矩形活塞模型进行了独立的推导。通过三维圆形以及矩形参量阵扬声器的指向性的测量, 与计算

结果进行了比对。进一步验证了修正卷积模型指向性预测的准确性，以及对较大尺寸和/或较高频率情况下出现的旁瓣的准确预测。对于今后研究参量阵扬声器远场的计算提供更好地支持。

本文的研究内容如下：

第一章为绪论，主要介绍了参量阵扬声器指向性的主要研究现况以及重要地位，阐述了当前研究中出现的问题。

第二章为对参量阵扬声器远场的卷积模型的理论研究，包括推导二维和三维的卷积模型，然后通过乘以由音频声孔径因子影响的有效指向性得到修正卷积模型，并通过 MATLAB 进行数值模拟，模拟不同指向性之间的差距。

第三章通过实验验证卷积模型。通过圆形活塞模型、矩形模型、矩形可偏转模型的实际测量验证修正卷积模型的优势。

第四章为总结与展望。总结本文的主要内容，并针对实验和工作中的困难和问题，提出后续的研究方向。

第一章 绪论

第二章卷积模型的理论研究

本章对参量阵远场的卷积模型进行了理论研究，包括推导二维和三维的卷积模型，然后通过乘以由音频声孔径因子影响的有效指向性得到修正卷积模型。在此基础上，通过 MATLAB 进行数值模拟，对比研究了不同指向性之间的差距。

2.1 卷积模型的理论推导

2.1.1 模型基础

图 2-1 展示的是二维和三维的带挡板的参量阵扬声器在空间中产生超声的示意图。

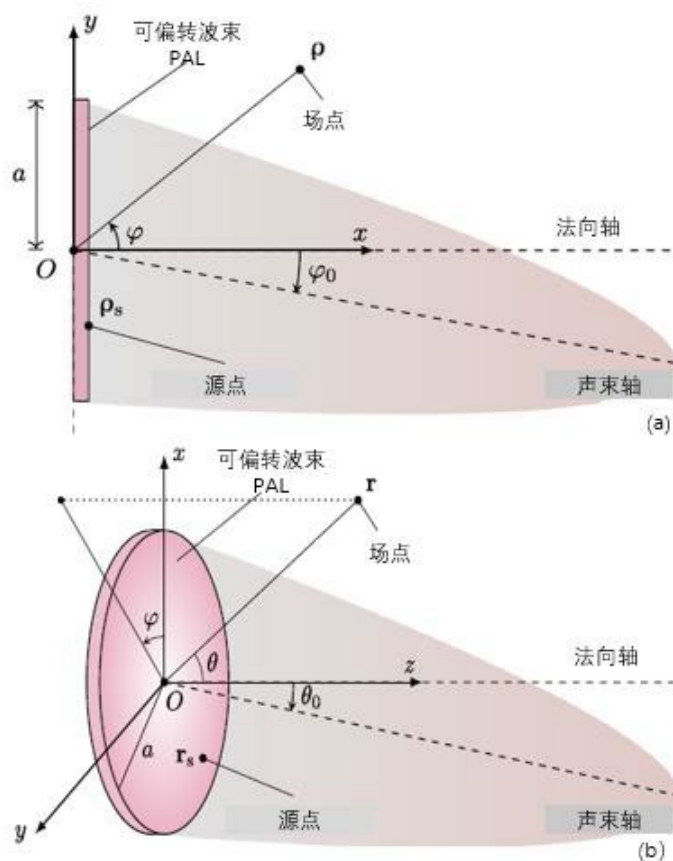


图 2-1 参量阵扬声器的示意图.(a)二维模型, (b)三维模型

在二维模型中，在参量阵扬声器的中心点原点 O 处建立直角坐标系 (x, y) 以及极坐标系 (ρ, φ) ， x 轴的正半轴指向的是声辐射方向。 ρ 和 φ 分别是是径向和方位角

坐标。当参量阵扬声器的一个维度远大于波长时，2D 模型与 3D 模型是相同的^[79]，它通常用于线性相控阵参量阵扬声器的辐射模拟^[55]。参量阵扬声器沿 y 轴的半径为 a 。超声波在源线上 $x = 0$ 的速度分布为：

$$v(\boldsymbol{\rho}_s) = v_0 u_1(\boldsymbol{\rho}_s) e^{i\omega_1 t} + v_0 u_2(\boldsymbol{\rho}_s) e^{i\omega_2 t}, \rho_s \leq a, \quad (2-1)$$

其中 i 是虚数单位， v_0 是一个以 m/s 为单位的常数， $\boldsymbol{\rho}_s = (x_s, y_s)$ 是声源上某点， $\omega_i = 2\pi f_i$ 是超声的角频率， f_i 是超声的频率，而且 $f_2 > f_1$ ， i 为超声的序号 $i = 1, 2$ ， t 为时间。

在三维模型中，在参量阵扬声器中心点 O 处建立笛卡尔坐标系 (x, y, z) 以及球坐标系 (r, θ, φ) ， z 轴指向声辐射方向， r, θ, φ 分别是径向，法向和方位角坐标。在本文中使用的的是一个圆形参量阵扬声器，半径为 a ，文献^[60]中第二节 B 部分内容描述的球面波展开的方法可以有效地求解其声场。值得注意的是，所提出的模型也适用于其他形状的参量阵扬声器，如矩形参量阵扬声器。超声在源平面 $z = 0$ 上的边界条件为：

$$v(\mathbf{r}_s) = v_0 u_1(\mathbf{r}_s) e^{i\omega_1 t} + v_0 u_2(\mathbf{r}_s) e^{i\omega_2 t}, r_s \leq a, \quad (2-2)$$

其中 $\mathbf{r}_s = (x_s, y_s, z_s)$ 是声源上某点，其中 $z_s = 0$ 。

2.1.2 二维模型

在远场二阶非线性作用下，采用 Westervelt 方程对参量阵扬声器进行精确建模。利用逐次迭代法，将音频声音的准线性解建模为无限大虚拟源的辐射，源密度为^[79]：

$$q_a(\boldsymbol{\rho}_v) = \frac{\beta k_a}{i\rho_0^2 c_0^3} p_1^*(\boldsymbol{\rho}_v) p_2(\boldsymbol{\rho}_v), \quad (2-3)$$

其中虚拟源点 $\boldsymbol{\rho}_v = (x_v, y_v)$ ， $*$ 表示复共轭， ρ_0 为空气密度， c_0 为空气中的线性声速， β 为非线性系数， $k_a = \omega_a / c_0$ 为音频波数， $\omega_a = 2\pi f_a$ ，为音频， $f_a = f_2 - f_1$ 为音频的频率。在虚拟源点的超声的声压可以表示为一个类似瑞利积分的形式^[79]：

$$p_i(\boldsymbol{\rho}_v) = \frac{p_0}{2} \int_{-a}^a H_0(k_i |\boldsymbol{\rho}_v - \boldsymbol{\rho}_s|) u_i(\boldsymbol{\rho}_s) dy_s, \quad (2-4)$$

式中表面声压幅度 $p_0 = \rho_0 c_0 v_0$, $k_i = w_i/c_0 + i\alpha_i$ 为在频率 f_i 情况下的超声的复波数, α_i 为大气吸收引起的超声的声衰减系数, H_0 为 0 阶 Bessel 函数。

在场点 $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$ 处的音频声声压表达式为^[79]

$$p_a(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\rho_0 c_0 k_a}{4} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty q_a(\boldsymbol{\rho}_v) H_0(k_a |\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_v|) \rho_v d\rho_v d\varphi_v. \quad (2-5)$$

由于有高振荡被积函数的数值积分, 式(2-5)很难计算指向性。所以在远场情况下 $\rho_v \rightarrow \infty$, 公式(2-4)可以写成^[83]:

$$p_i(\boldsymbol{\rho}_v) = \sqrt{\frac{2}{i\pi k_i \rho_v}} p_0 k_i a e^{ik_i \rho_v} D_i(\varphi_v), \quad (2-6)$$

其中振幅选择以确保主瓣的超声指向性 $D_i(\varphi_v) = 1$ 。卷积模型的关键是通过式(2-6)给出的向内推测的远场声压来模拟精确的超声场公式(2-4)。将公式(2-6)代入公式(2-3)得到音频声的源密度

$$q_a(\boldsymbol{\rho}_v) = \frac{2\beta k_a p_0^2 \sqrt{k_1 k_2} a^2}{i\pi \rho_0^2 c_0^3 \rho_v} e^{i(k_2 - k_1^*) \rho_v} D_1^*(\varphi_v) D_2(\varphi_v). \quad (2-7)$$

将公式(2-7)带入公式(2-5)有

$$p_a(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\beta k_a^2 p_0^2 \sqrt{k_1 k_2} a^2}{2\pi i \rho_0 c_0^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{+\infty} D_1^*(\varphi_v) D_2(\varphi_v) e^{i(k_2 - k_1^*) \rho_v} H_0(k_a |\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_v|) \rho_v d\rho_v d\varphi_v, \quad (2-8)$$

远场情况下 $\rho \rightarrow \infty$, 0 阶 Bessel 函数有近似为

$$H_0(k_a |\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_v|) \approx \sqrt{\frac{2}{i\pi \rho k_a}} e^{ik_a [\rho - \rho_v \cos(\varphi - \varphi_v)]}, \quad (2-9)$$

其中使用了近似:

$$|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_v| \approx \rho - \frac{\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}_v}{\rho} = \rho - \rho_v \cos \varphi - \varphi_v. \quad (2-10)$$

将公式(2-9)带入公式(2-8)中有:

$$p_a(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\beta k_a^2 p_0^2 a^2}{i\pi} \sqrt{\frac{k_1 k_2}{2\pi i k_a \rho}} e^{ik_a \rho}, \quad (2-11)$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{+\infty} D_1^*(\varphi_v) D_2(\varphi_v) e^{i[k_2 - k_1^* - k_a \cos(\varphi - \varphi_v)] \rho_v} d\rho_v d\varphi_v.$$

我们定义一个称为 Westervelt 指向性的积分为

$$D_w(\gamma) \equiv \alpha_t \int_0^{+\infty} e^{i[k_2 - k_1^* - k_a \cos(\gamma)]\rho_v} d\rho_v = \frac{1}{1 - ik_a \alpha_u^{-1} \sin^2(\gamma/2)}, \quad (2-12)$$

总衰减系数 $\alpha_t \equiv \alpha_1 + \alpha_2$ 是为了使得 $D_w(\gamma)$ 在 $\gamma = 0$ 时值为 1，平均衰减系数定义为 $\alpha_u \equiv \frac{\alpha_t}{2}$ 。此时公式(2-11)简化为：

$$p_a(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\beta k_a^2 p_0^2 a^2}{i\pi} \sqrt{\frac{k_1 k_2}{2\pi i k_a \rho}} e^{ik_a \rho} D_a(\varphi), \quad (2-13)$$

其中音频声指向性写作：

$$D_a(\varphi) = (D_1^* D_2 \times D_w)(\varphi) = \int_0^{2\pi} D_1^*(\varphi_v) D_2(\varphi_v) D_w(\varphi - \varphi_v) d\varphi_v. \quad (2-14)$$

式中， \times 为线性卷积算子。式(2-14)称为直接卷积模型，该模型表明音频声的指向性是超声波的 Westervelt 指向性与乘积指向性的卷积。参考文献[55]中以几何方式提出了类似的形式。参考文献[55]中忽略了 Westervelt 指向性的相位，这可能导致参考文献[56]中讨论的不准确预测。与文献[55]相比，本文中公式(2-14)给出的卷积模型基于 Westervelt 方程的准线性解推导得更为严谨。直接卷积模型的一个关键步骤是超声场近似于其向内外推的远场压力，如公式(2-6)所示。这种近似只在远场是准确的，这被认为是超出瑞利距离^[82]。因此，超声波在近场的非线性相互作用不能被正确捕捉，导致音频声指向性的预测不准确。利用公式(2-14)给出的直接卷积模型，考虑音频声的孔径因子，可以提高音频声音指向性的精度，并将指向性修改为

$$\widetilde{D}_a(\varphi) = D_A(\varphi) D_a(\varphi) = D_A(\varphi) (D_1^* D_2 \times D_w)(\varphi), \quad (2-15)$$

其中有效指向性 $D_A(\varphi)$ 是具有相同孔径大小和速度剖面 $u_a(\boldsymbol{\rho}_s) = u_1^*(\boldsymbol{\rho}_s) u_2(\boldsymbol{\rho}_s)$ 的音频源的指向性。利用式(2-15)得到的音频声指向性在本文中称为修正卷积模型。

2.1.3 三维模型

在三维模型中, 在虚拟声源点 $\mathbf{r}_v = (x_v, y_v, z_v)$ 的声源密度和公式(2-3)类似, 表示为^[60]:

$$q_a(\mathbf{r}_v) = \frac{\beta k_a}{i\rho_0^2 c_0^3} p_1^*(\mathbf{r}_v) p_2(\mathbf{r}_v). \quad (2-16)$$

在 \mathbf{r}_v 处的超声声压可以用瑞利积分表示为^[60]:

$$p_i(\mathbf{r}_v) = \frac{p_0 k_i}{2\pi i} \int_0^{2\pi} \int_0^a u_i(\mathbf{r}_s) \frac{e^{ik_i |\mathbf{r}_v - \mathbf{r}_s|}}{|\mathbf{r}_v - \mathbf{r}_s|} r_s dr_s d\varphi_s. \quad (2-17)$$

在场点 $\mathbf{r} = (x, y, z)$ 处的音频声声压表达式为^[60]:

$$p_a(\mathbf{r}) = \frac{\rho_0 c_0 k_a}{4i\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\infty q_a(\mathbf{r}_v) \frac{e^{ik_a |\mathbf{r} - \mathbf{r}_v|}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_v|} r_v^2 \sin \theta_v dr_v d\theta_v d\varphi_v, \quad (2-18)$$

音频声压的直接计算涉及到公式(2-16)和公式(2-17)带入公式(2-18)后的五重积分的数值计算, 这是相当耗时的。所以在远场情况下 $\mathbf{r}_v \rightarrow \infty$, 公式(2-17)可以写成^[83]

$$p_i(r_v) = \frac{p_0 k_i a^2}{2ir_v} e^{ik_i r_v} D_i(\theta_v, \varphi_v). \quad (2-19)$$

振幅的选择保证超声指向性 $D_i(\theta, \varphi)$ 在主瓣值为 1 将公式(2-19)带入公式(2-16)中有音频声声源密度:

$$q_a(r_v) = \frac{\beta p_0^2 k_1 k_2 k_a a^4}{4i\rho_0^2 c_0^3 r_v^2} D_1^*(\theta_v, \varphi_v) D_2(\theta_v, \varphi_v) e^{i(k_2 - k_1^*) r_v}, \quad (2-20)$$

将公式(2-20)带入公式(2-18)中有:

$$p_a(r) = -\frac{\beta p_0^2 k_1 k_2 k_a^2 a^4}{16\pi\rho_0 c_0^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\infty D_1^*(\theta_v, \varphi_v) D_2(\theta_v, \varphi_v) e^{i(k_2 - k_1^*) r_v} \frac{e^{ik_a |r - r_v|}}{|r - r_v|} \sin \theta_v dr_v d\theta_v d\varphi_v. \quad (2-21)$$

在远场时, $r \rightarrow \infty$, 上式中的格林公式可以近似为:

$$\frac{e^{ik_a |r - r_v|}}{|r - r_v|} \approx \frac{1}{r} e^{ik_a (r - r_v \cos \mathbf{r})}, \quad (2-22)$$

其利用了近似:

$$|r - r_v| \approx r - \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_v}{r} = r - r_v \cos \mathbf{r}, \quad (2-23)$$

其中矢量 r 和 r_v 之间的夹角为

$$\cos \gamma = \cos \theta \cos \theta_v + \sin \theta \sin \theta_v \cos(\varphi - \varphi_v). \quad (2-24)$$

像公式(2-12)那样定义一个 Westervelt 指向性, 将公式(2-22)带入公式(2-21)中有

$$p_a(r) = -\frac{\beta p_0^2 k_1 k_2 k_a^2 a^4}{16\pi a_t r} e^{ik_a r} D_a(\theta, \varphi). \quad (2-25)$$

音频声指向性为

$$D_a(\theta, \varphi) = (D_1^* D_2 \otimes D_w)(\theta, \varphi) = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi D_1^*(\theta_v, \varphi_v) D_2(\theta_v, \varphi_v) D_w(\gamma) \sin \theta_v d\theta_v d\varphi_v, \quad (2-26)$$

公式中 $D_1^*(\theta, \varphi)$ $D_2(\theta, \varphi)$ 和 $D_w(\gamma)$ 是定义在一个单位球上的, 因此音频声指向性可以被看做是一个以 θ, φ 为天顶角和方位角的球卷积^[84]正如公式(2-26)所示。 \otimes 为球卷积算子。与式(2-15)类似, 考虑音频声的孔径因子, 得到三维修正卷积模型为:

$$\widetilde{D}_a(\theta, \varphi) = D_A(\theta, \varphi) D_a(\theta, \varphi), \quad (2-27)$$

有效方向性 $D_A(\theta, \varphi)$ 为孔径大小相同, 速度场为 $u_a(\mathbf{r}_s) = u_1^*(\mathbf{r}_s)u_2(\mathbf{r}_s)$ 的声源的远场方向性。

对于公式(2-26)给出的直接卷积模型的几何解释是参量阵扬声器向各个方向发射无限多的超声波, 每个方向的音频声有一种由超声波方向性 $D_1^*(\theta_v, \varphi_v)D_2(\theta_v, \varphi_v)$ 加权的 Westervelt 方向性。Westervelt 指向性的辐角 γ 为场方向与虚源点的夹角, 即 (θ, φ) 和 (θ_v, φ_v) 。公式(2-26)的类似形式已在参考文献[56]中以几何方式导出, 其中 c 被选为天顶角 θ 和 θ_v 之间的夹角。这导致不准确的预测, 因为在方位方向上的卷积不包括在内。

2.1.4 声衰减系数

由于各种不可逆过程将声波能量转化为热能, 声波在空气中的传播随距离的增加而衰减。因此, 在计算参量阵扬声器产生的声场时, 需要考虑声衰减系数。空气中的大气吸收包括经典的热粘吸收和分子弛豫吸收^[85]。在经典热粘性流体中, 衰减系数与频率的平方成正比, 而在真实介质(如空气)中, 弛豫现象引入了较弱的色散, 使衰减系数在一定程度上偏离二次频率依赖关系^[86]经过文献阅读

本文选择了既考虑了经典热粘性又考虑了松弛效应的简便的封闭解^[87, 88-90]。

$$\alpha = f^2 \left[1.84 \times 10^{-11} \frac{p_r}{p_a} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{T}{T_0} \right)^{-\frac{5}{2}} \left(\frac{0.01275 e^{-\frac{2239.1}{T}}}{f_{r,O} + f^2/f_{r,O}} + \frac{0.1068 e^{-\frac{3352.0}{T}}}{f_{r,N} + f^2/f_{r,N}} \right) \right] \text{ (NP/m)}, \quad (2-28)$$

其中 p_a 是传播环境中的气压， $p_r = 101.325 \text{ kPa}$ 基准环境气压， $T_0 = 293.15 \text{ °C}$ 为标准气温（20 °C）， $f_{r,O}$ 和 $f_{r,N}$ 分别是氧气弛豫频率和氮气弛豫频率，其公式为^[87]。

$$f_{r,O} = \frac{p_a}{p_r} \left(24 + 4.04 \times 10^4 h \frac{0.02 + h}{0.391 + h} \right), \quad (2-29)$$

$$f_{r,N} = \frac{p_a}{p_r} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{-\frac{1}{2}} \left(9 + 280 h e^{-4.17 \left[\left(\frac{T}{T_0} \right)^{-\frac{1}{3}} - 1 \right]} \right), \quad (2-30)$$

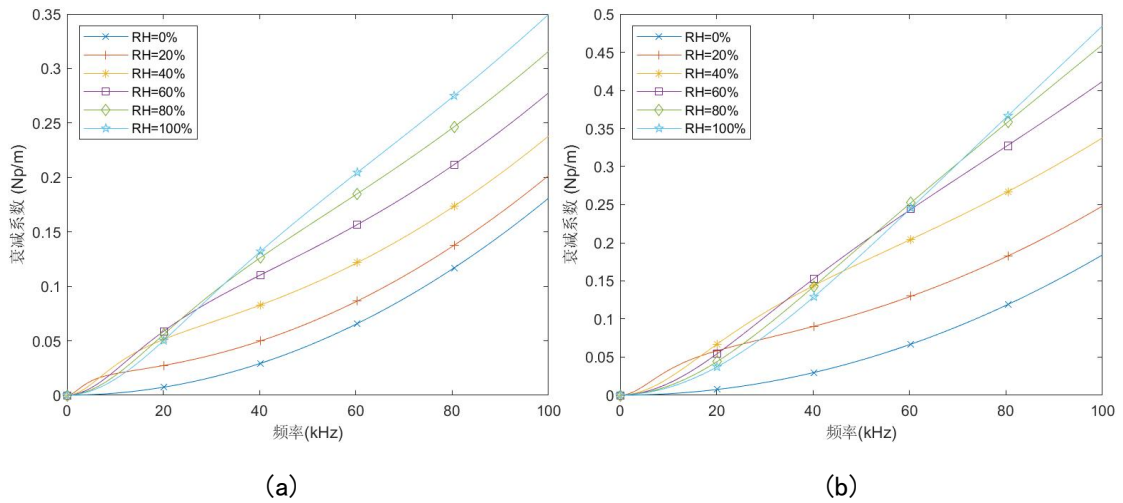
绝对湿度 h 与相对湿度 h_r 以及饱和水汽压 p_{sat} 有关，公式如下^[87]：

$$h = h_r \frac{p_{sat}}{p_r} \frac{p_a}{p_r}, \quad (2-31)$$

p_{sat} 由修正的 Tense 公式求得：

$$p_{sat} = 0.6112 \times \exp \left(\frac{17.67t}{t + 243.5} \right). \quad (2-32)$$

图 2-2 展示了在 1 标准大气压下在 283.15 K(10 °C)，293.15 K(20 °C)，303.15 K(30 °C)，313.15 K(40 °C)时，在不同相对湿度(RH)下声衰减系数随频率从 0 到 100 kHz 的变化曲线：



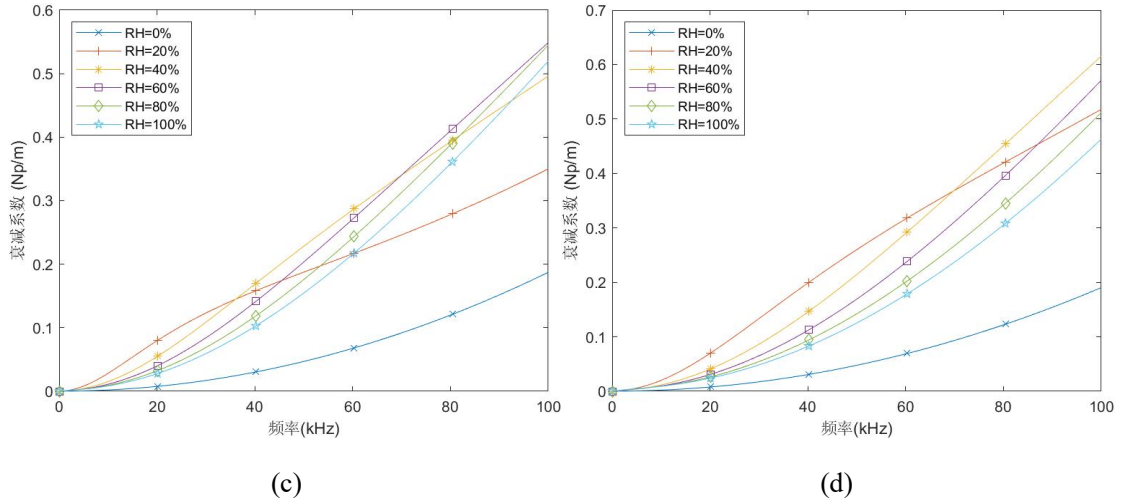


图 2-2 在 1 大气压下声衰减系数随频率和相对湿度变化图(a) 283.15 K(10°C); (b) 293.15 K(20 °C); (c) 303.15 K(30 °C); (d) 313.15 K(40 °C)

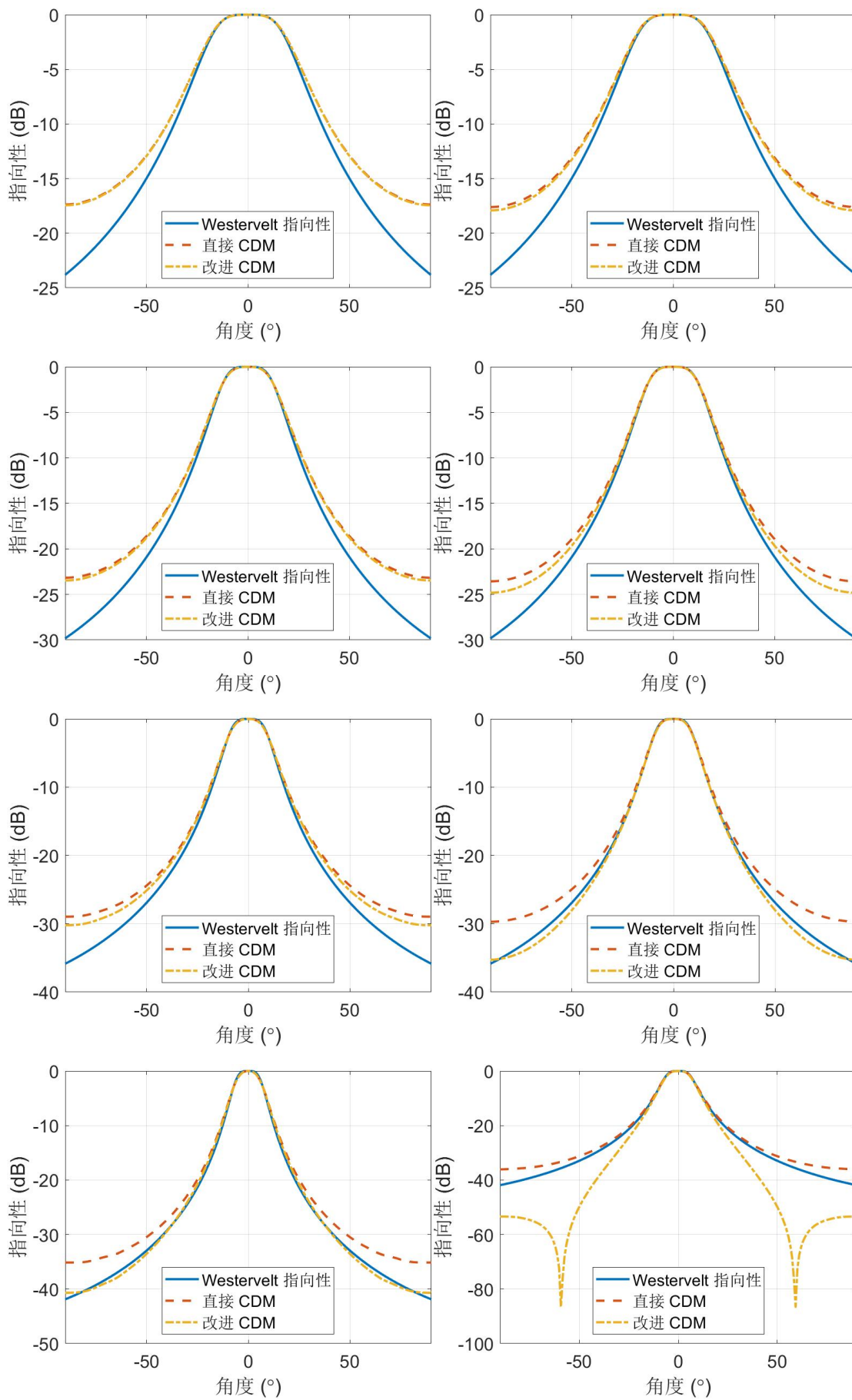
2.2 数值模拟

2.2.1 数值模拟基础情况

本文中的数值模拟仿真工作室用 MATLAB R2019b 软件进行的。由于环境吸收引起的声吸收系数是根据 ISO 9613-1 标准计算的，为了与实验数据相同，相对湿度定为 72%，室温设定为 12 °C^[87]。超声的平均频率 $f_u = (f_1 + f_2)/2$ 设定为 40 kHz。文中公式(2-14)，(2-26)计算所得的指向性称为“直接卷积模型”，文中公式(2-15)，(2-27)计算所得的指向性称为“修正卷积模型”。得到的指向性在主瓣被归一化，并以分贝为单位表示。

2.2.2 二维活塞模型

在二维活塞模型中，超声波的速度分布是均匀的 $u_i(\rho_s) = 1$ ，其中 $\rho_s \leq a$ 。相应的超声的指向性是 $D_i(\varphi) = \text{sinc}(k_i a \cos\varphi)$ ，其中 sinc 函数 $\text{sinc}(x) \equiv \sin(x)/x$ 。音频声的孔径因子是由具有相同孔径大小和速度分布为 $u_a(\rho_s) = 1$ 的声源决定的。有效指向性 $D_A(\varphi) = \text{sinc}(k_a a \cos\varphi)$ 。下图 2-3 展示了按照以上数据发声的参量阵扬声器的指向性仿真图。(卷积指向性模型英文 Convolution Directivity Model, 图中简称 CDM)。



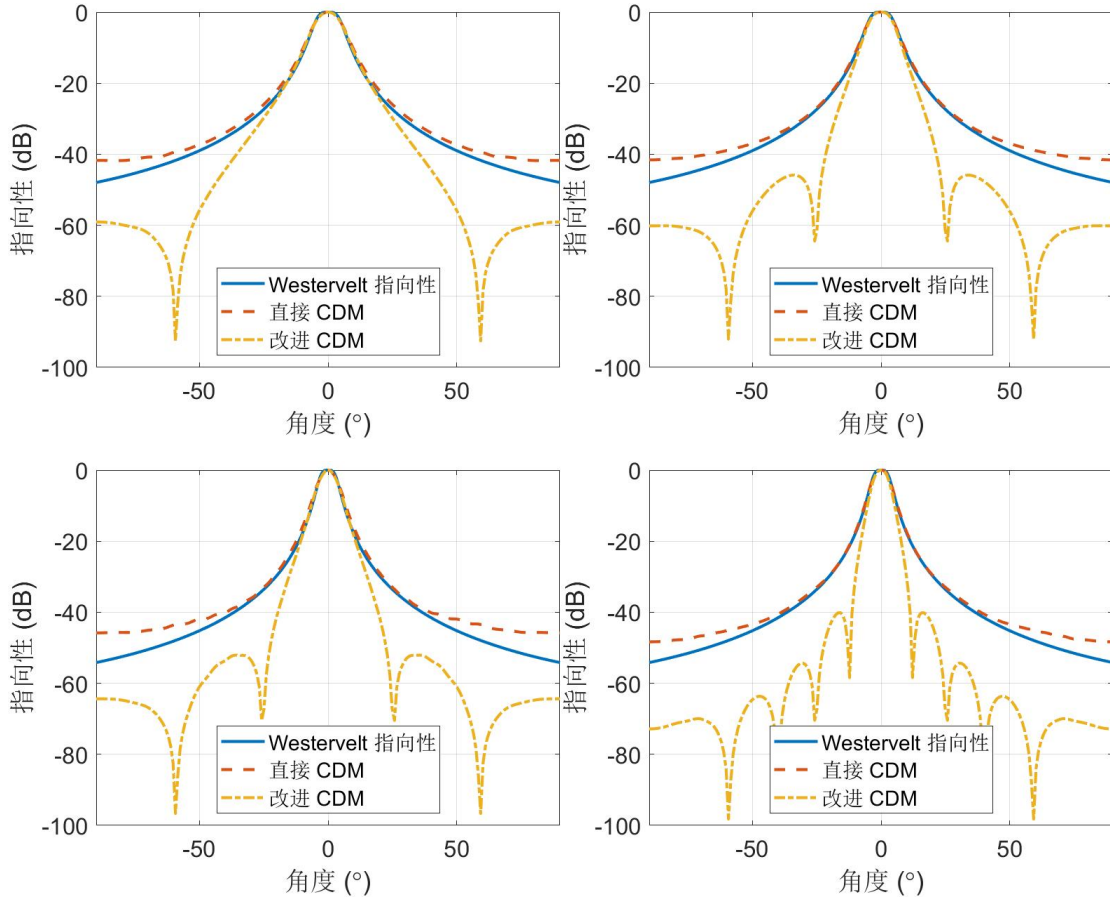


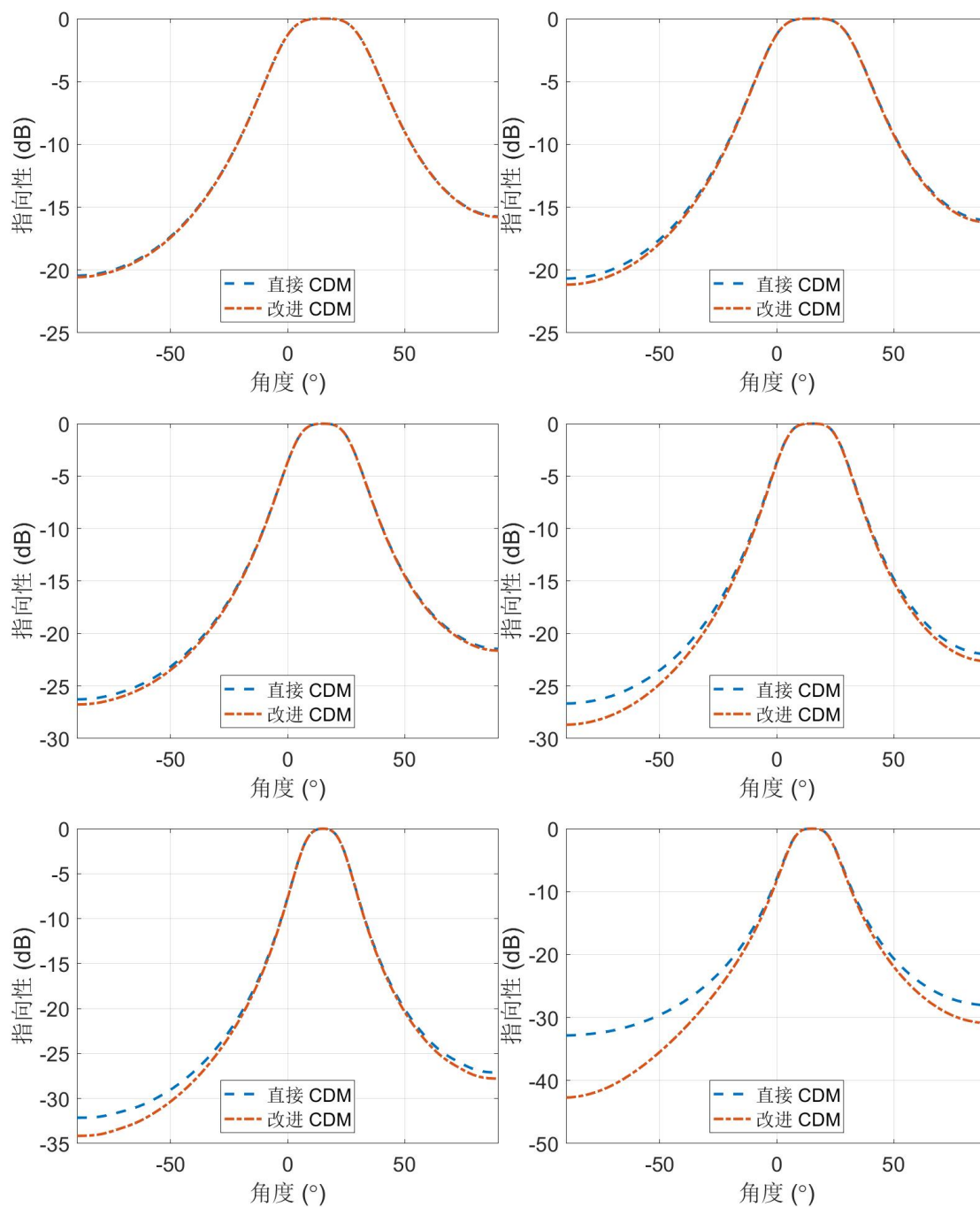
图 2-3 活塞源的线阵扬声器的指向性：左列活塞半径 0.05 m；右列活塞半径 0.1 m；频率从上到下依次是 250 Hz；500 Hz；1 kHz；2 kHz；4 kHz；8 kHz

结果表明，不同方法获得的指向性在主瓣附近是准确的，但在大方位角处出现误差，而且改进卷积模型预测出了旁瓣的存在，有待后续实验部分验证。

2.2.3 二维偏转波束模型

二维可偏转参量阵扬声器在文献中被广泛研究，其目的是在不需机械旋转声源的情况下将高指向音频波束转向所需的方向^[55]。在这里超声的速度分布假定为 $u_i(\rho_s) = \exp [i\Re(k_i)y_s \sin \varphi_0]$ 其中 $\Re(\cdot)$ 指的是取负数的实部，而 φ_0 是偏转角。超声的指向性是 $D_i(\varphi) = \text{sinc}(\Re(k_i)a(\sin \varphi - \sin \varphi_0))$ 。音频声的孔径因子是由具有相同孔径大小和速度分布为 $u_a(\rho_s) = \exp (ik_a y_s \sin \varphi_0)$ 的声源决定的。有效指向性 $D_A(\varphi) = \text{sinc}(k_a a(\sin \varphi - \sin \varphi_0))$ 。由于 Westervelt 指向性是基于非偏转活塞源模型建立的，于是后文在其他条件的模拟时，只进行直接卷积模型指向性

和修正卷积模型指向性的模拟仿真。图 2-4 展示了当偏转角为 15° 时各种指向性在不同频率下求出的结果。



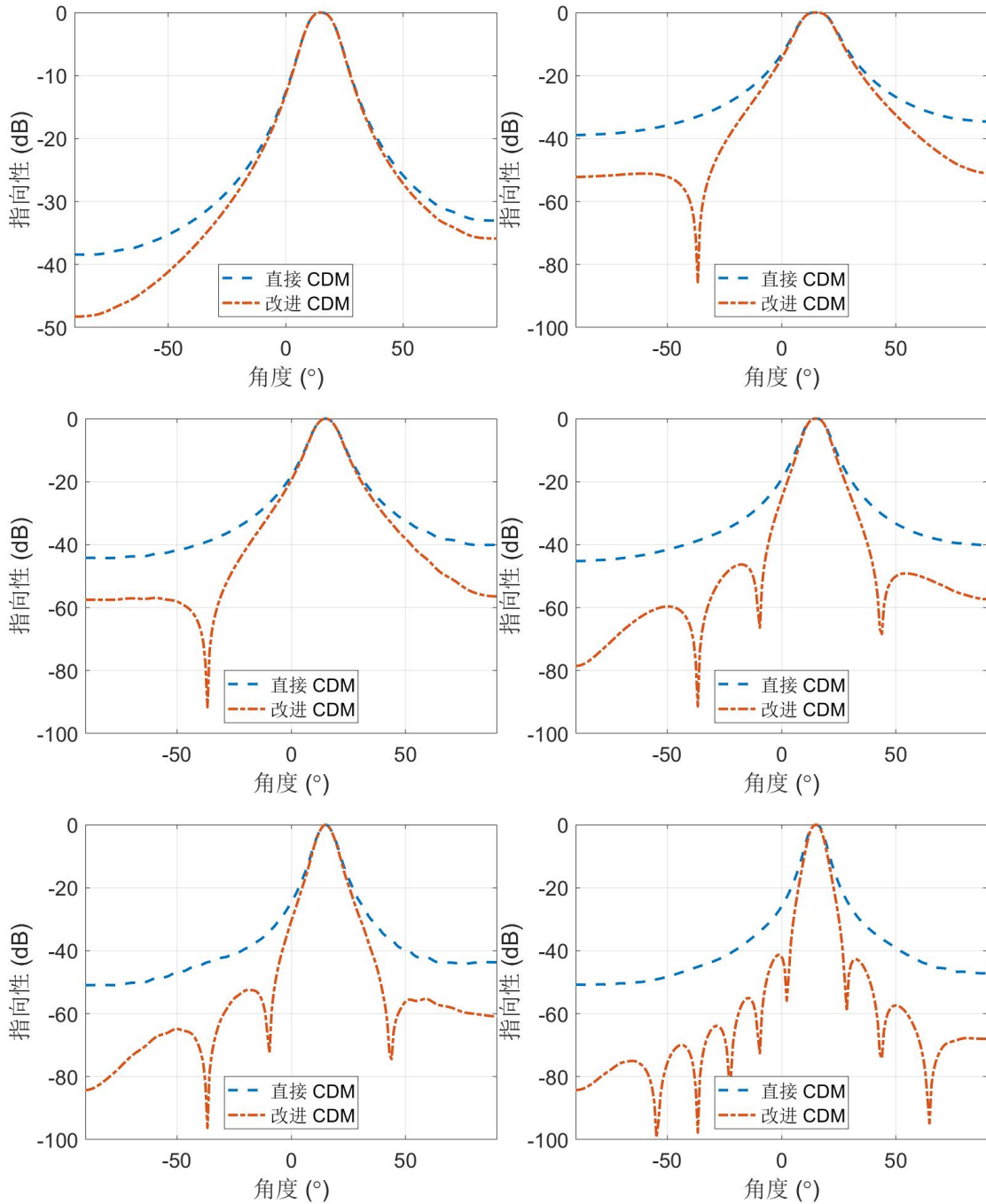
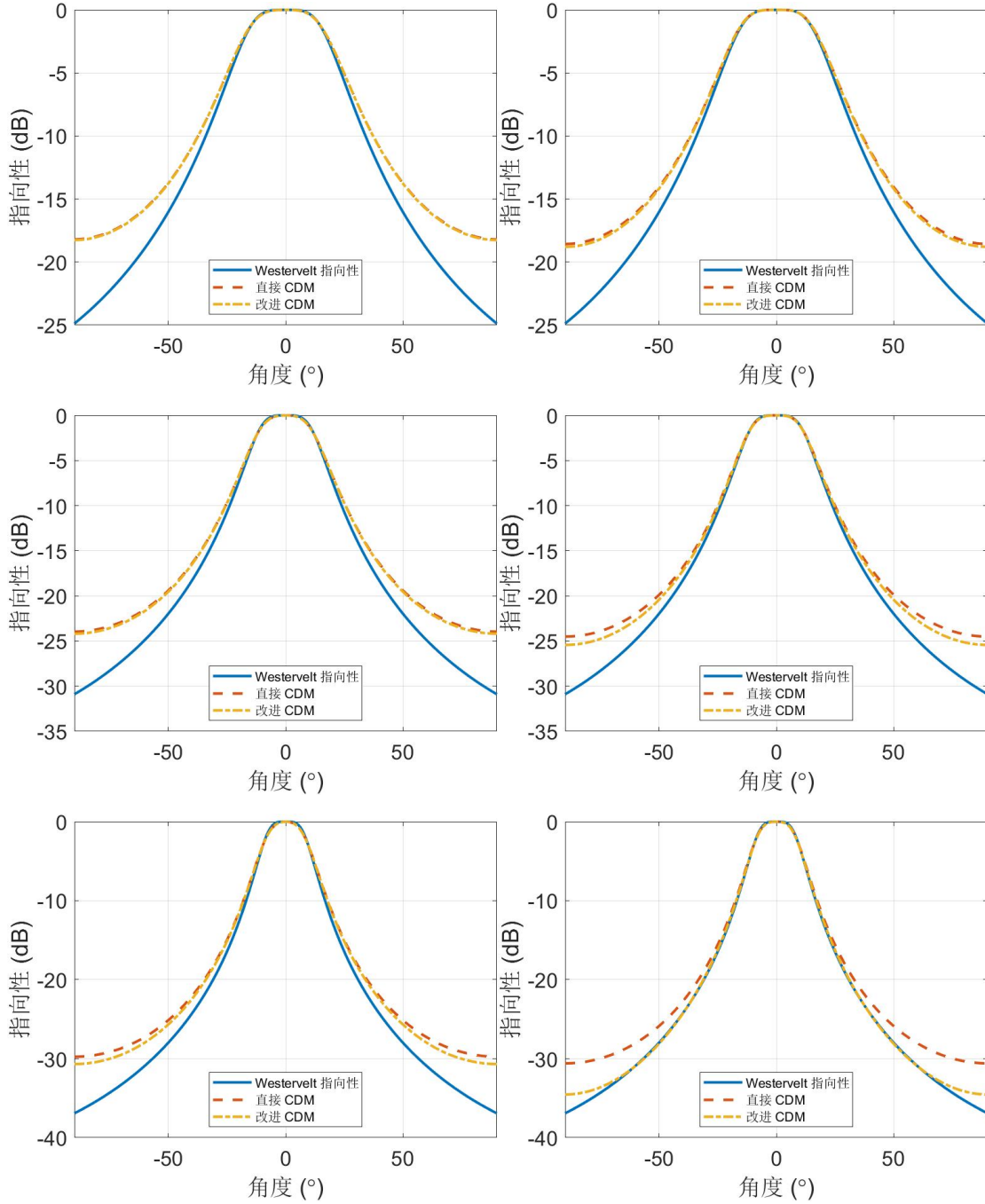


图 2-4 由偏转角为 15°的可偏转参量阵扬声器产生的音频声的指向性：左列活塞半径 0.05 m；右列活塞半径 0.1 m；频率从上到下依次是 250 Hz；500 Hz；1 kHz；2 kHz；4 kHz；8 kHz

2.2.4 三维活塞模型

对于三维模型中的活塞源，超声波的速度分布是均匀的 $u_i(\mathbf{r}_s) = 1$ ，其中 $r_s \leq a$ 。超声的指向性为 $D_i(\theta) = \text{jinc}(k_i a \sin \theta)$ ，其中 $\text{jinc}(x) \equiv 2J_1(x)/x$ ， $J_1(x)$ 是一

阶 Bessel 函数。音频声的孔径因子是由具有相同孔径大小和速度分布为 $u_a(\mathbf{r}_s) = 1$ 的声源决定的。有效指向性 $D_A(\theta) = \text{jinc}(k_a a \sin \theta)$ 。图 2-5 展示了在 xOz 平面上用不同方法计算的音频声指向性结果。



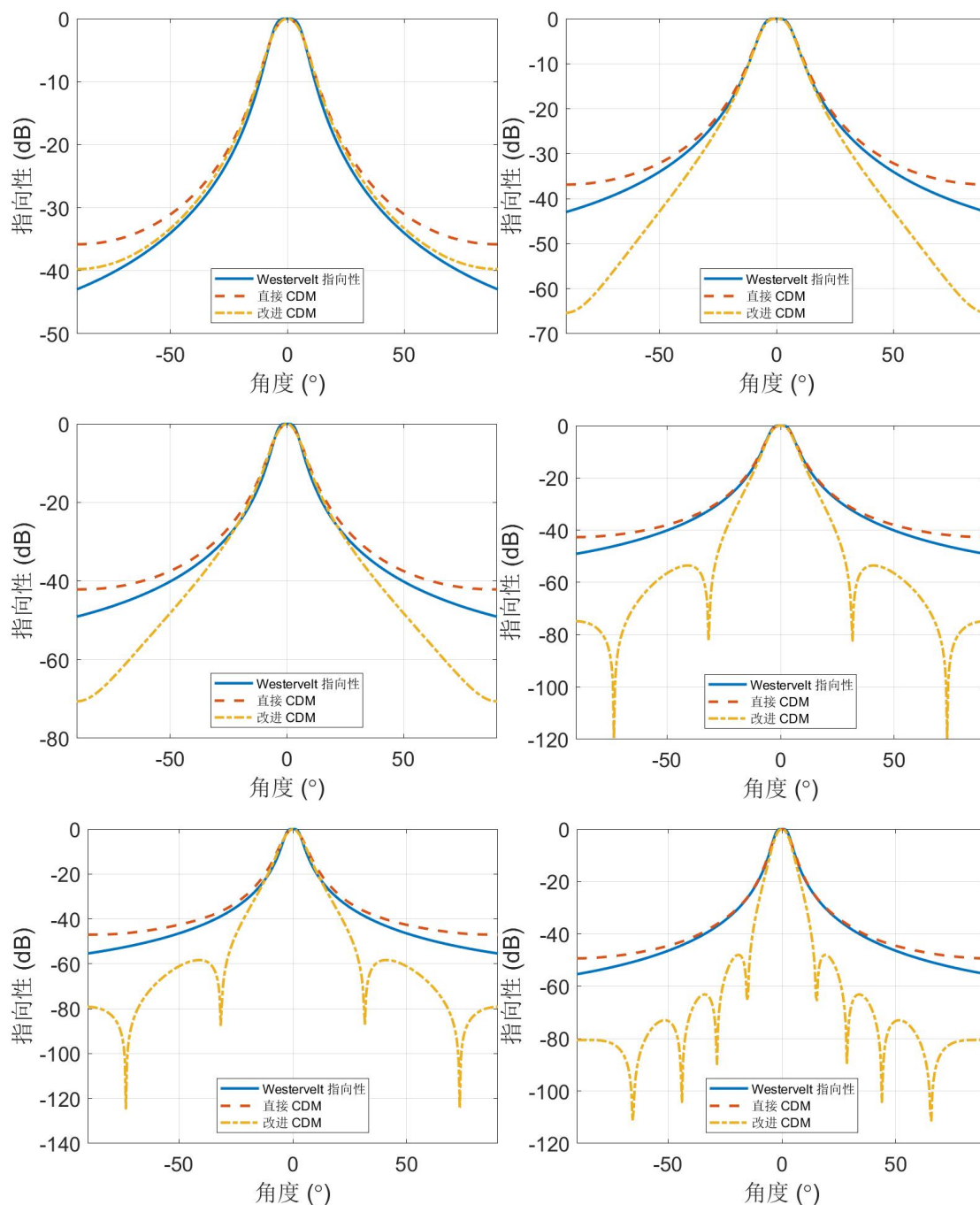


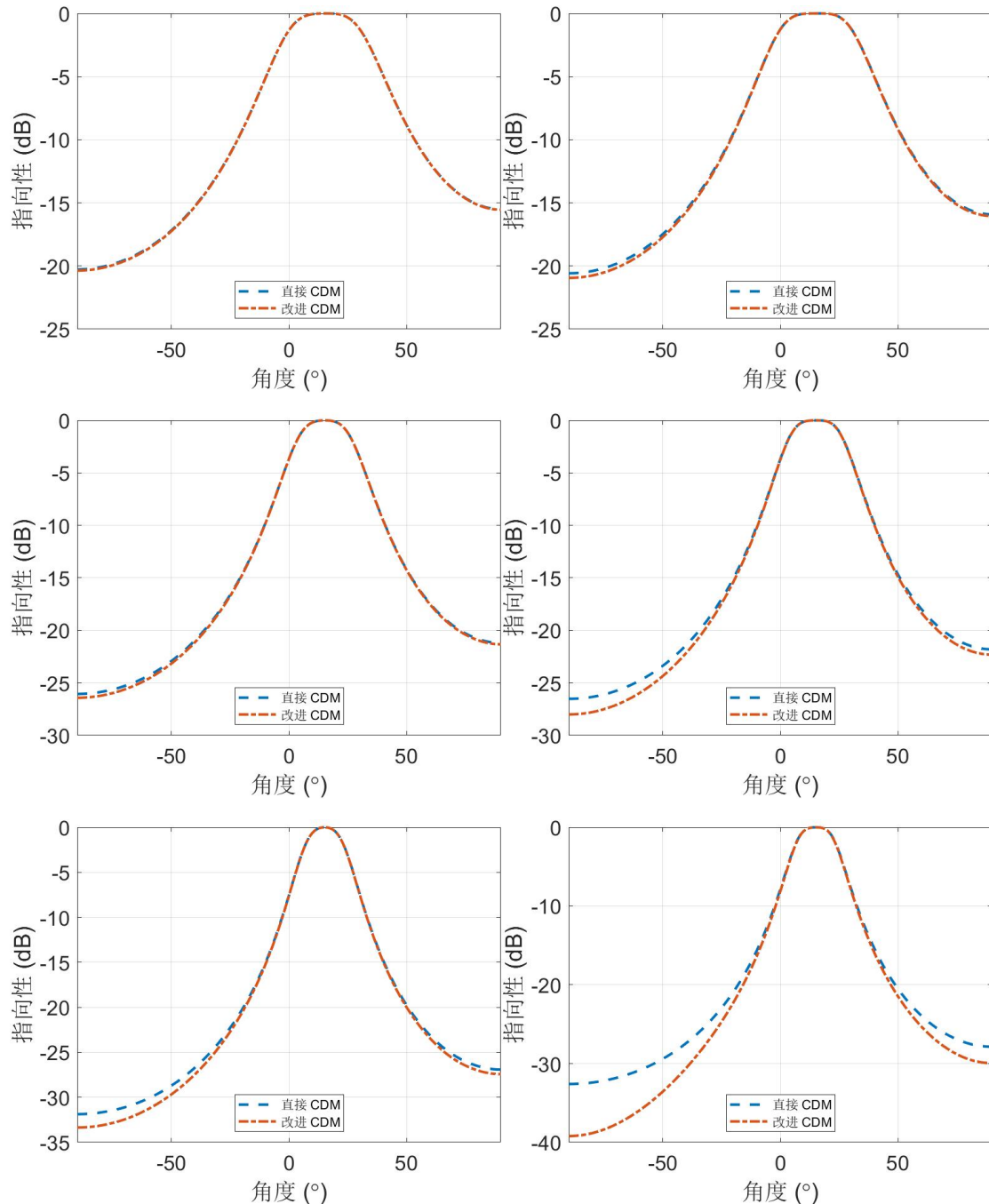
图 2-5 活塞源的圆形参量阵扬声器的远场音频声指向性：左列活塞半径 0.05 m；右列活塞半径 0.1 m；频率从上到下依次是 250 Hz；500 Hz；1 kHz；2 kHz；4 kHz；8 kHz

2.2.5 三维偏转波束模型

三维可偏转参量阵扬声器意味着指向音频波束可以在方位角 θ 和 φ 两个方向上进行操纵，比 2.2.3 小节中介绍的二维可偏转参量阵扬声器更加灵活。其偏转角度由一个单位矢量 $\hat{\mathbf{s}} = (\cos \varphi_0 \sin \theta_0, \sin \varphi_0 \sin \theta_0, \cos \theta_0)$ 决定 θ_0 ， φ_0 为偏转角。

速度分布为 $u_i(\mathbf{r}_s) = \exp[i\Re(k_i)\mathbf{r}_s \cdot \hat{\mathbf{s}}] = \exp[i\Re(k_i)(x_s \cos \varphi_0 \sin \theta_0 + y_s \sin \varphi_0 \sin \theta_0)]$ 。超声的指向性 $D_i(\theta, \varphi) = \text{jinc}(\Re(k_i)a\Phi(\theta, \varphi))$ ，其中 $\Phi(\theta, \varphi) \equiv \sqrt{(\cos \varphi \sin \theta - \cos \varphi_0 \sin \theta_0)^2 + (\sin \varphi \sin \theta - \sin \varphi_0 \sin \theta_0)^2}$ ，音频声的孔径因子是由具有相同孔径大小和速度分布为的声源决定的 $u_a(\mathbf{r}_s) = \exp(ik_a\mathbf{r}_s \cdot \hat{\mathbf{s}})$ 。有效指向性为 $D_A(\theta) = \text{jinc}(k_a a\Phi(\theta, \varphi))$ 。

图 2-6 展示了不同模型下三维圆形可偏转参量阵扬声器的指向性，为了简化计算，我们只在一个方位角进行偏转，角度设为 15° 。



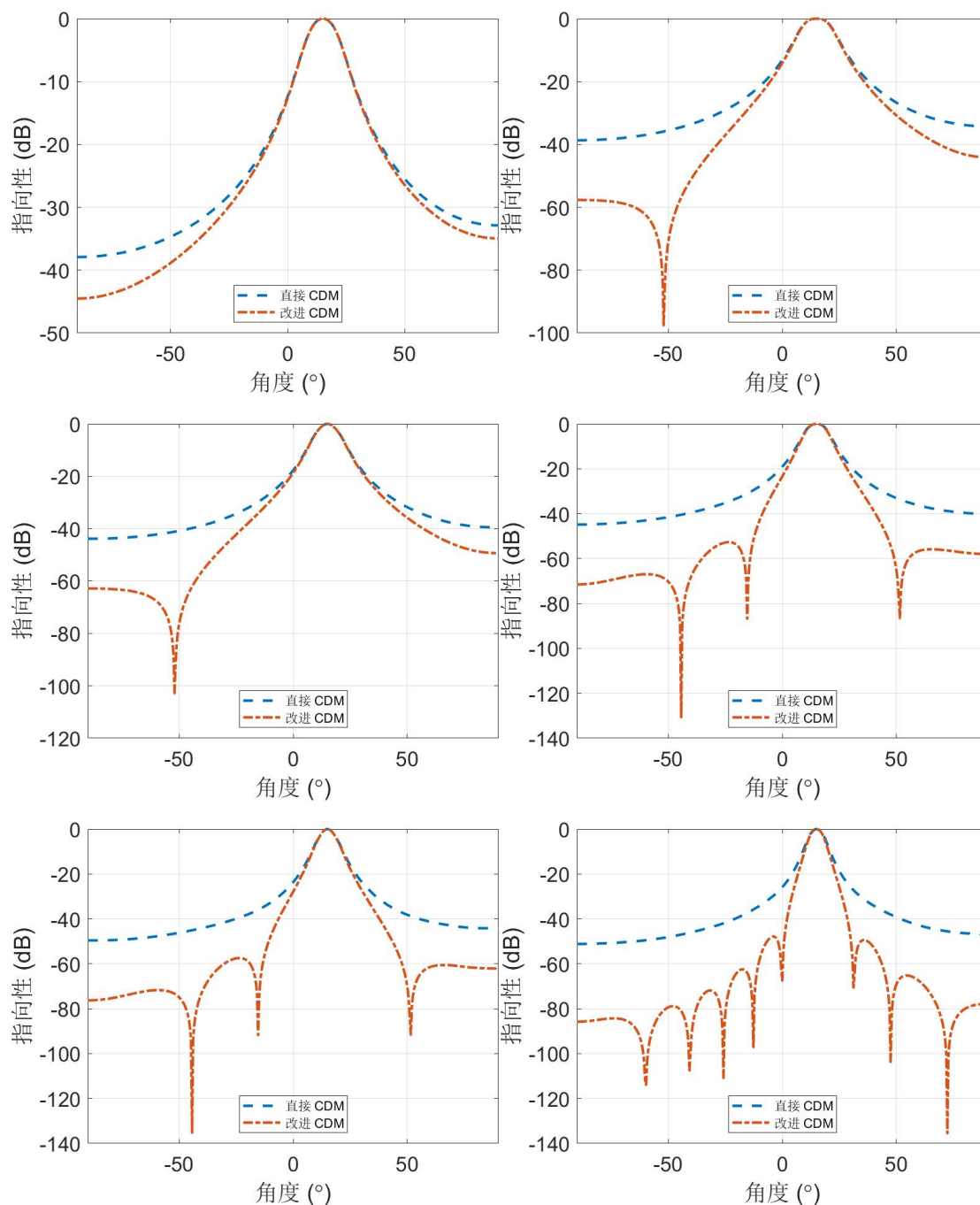


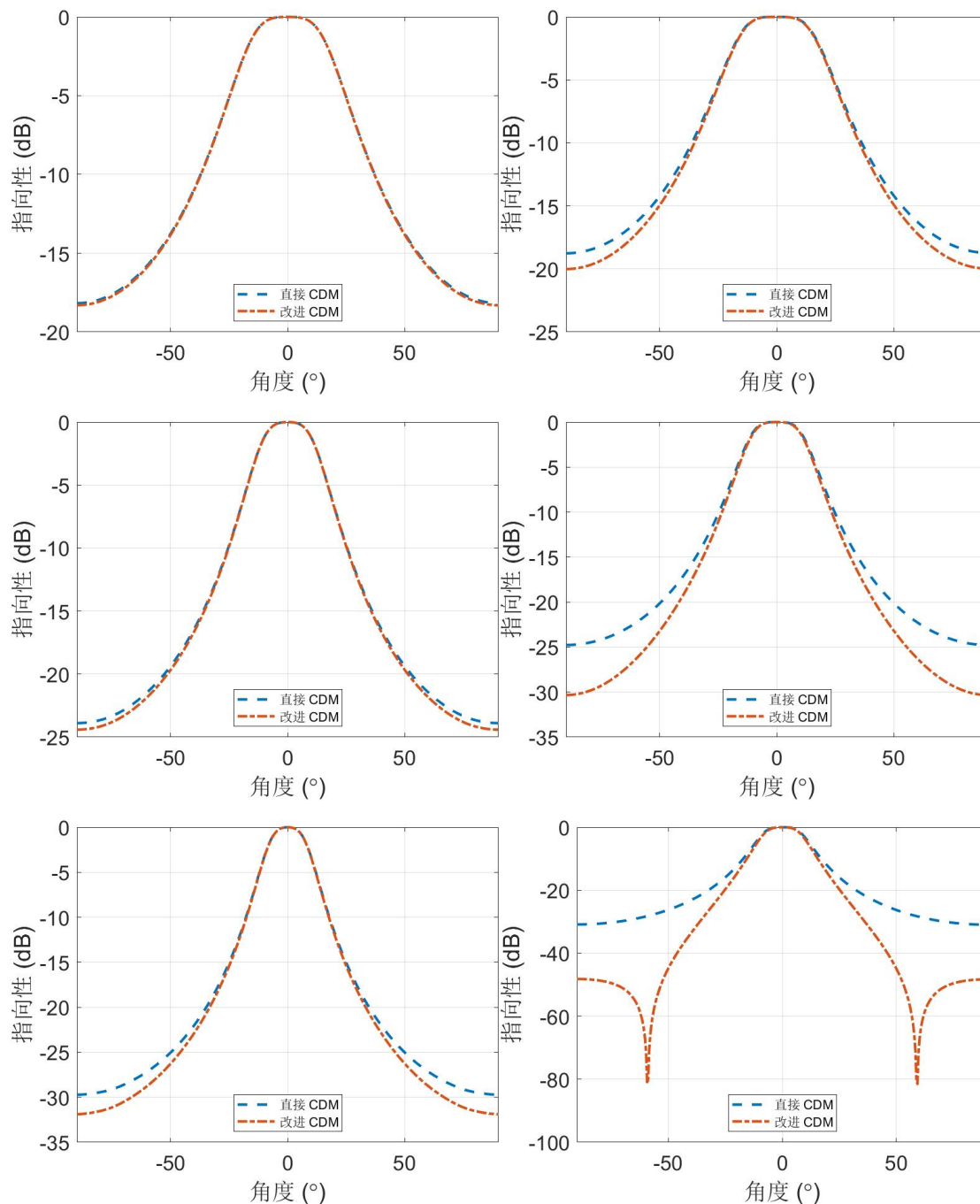
图 2-6 由偏转角为 15° 的可偏转圆形参量阵扬声器产生的音频声的指向性：左列活塞半径 0.05 m；右列活塞半径 0.1 m；频率从上到下依次是 250 Hz；500 Hz；1 kHz；2 kHz；4 kHz；8 kHz

2.2.6 矩形活塞模型

矩形活塞模型就是参量阵扬声器形状为矩形的情况。也是十分常用的模型，为了简化计算，模拟时计算的 $\varphi = 0$ 或 180° ，其关键数据有半边长 a_x ， a_y ，超

声指向性 $D_i(\theta) = \text{sinc}(\Re(k_i)a_x \sin\theta)$ ，有效指向性 $D_A(\theta) = \text{sinc}(\Re(k_a)a_x \sin\theta)$ 。

图 2-7 是半边长 $a_x = 0.065 \text{ m}$ ， $a_y = 0.03 \text{ m}$ 的矩形活塞源参量阵扬声器，以及 $a_x = a_y = 0.2 \text{ m}$ 的正方形活塞源参量阵扬声器在不同模型下的指向性计算结果。



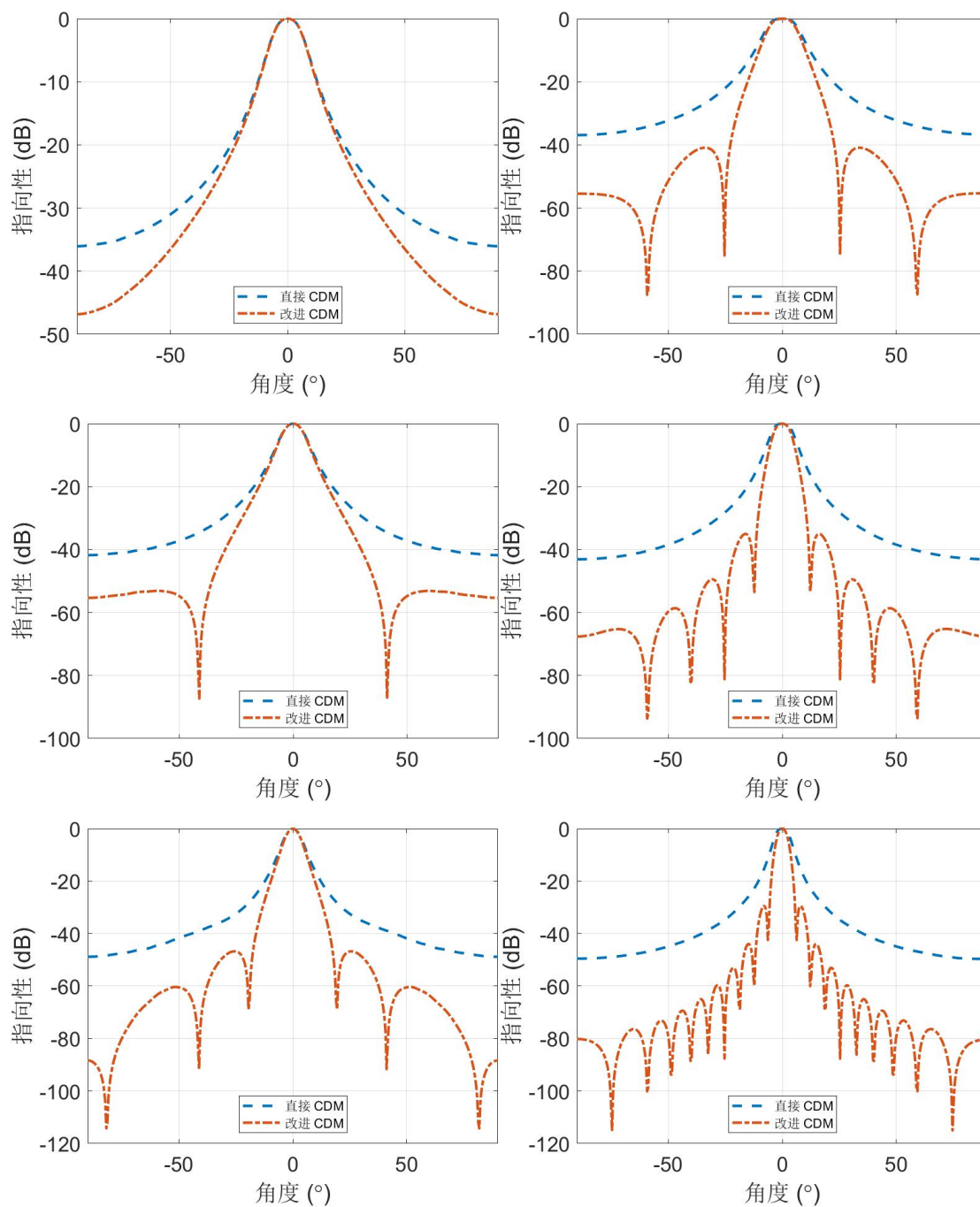
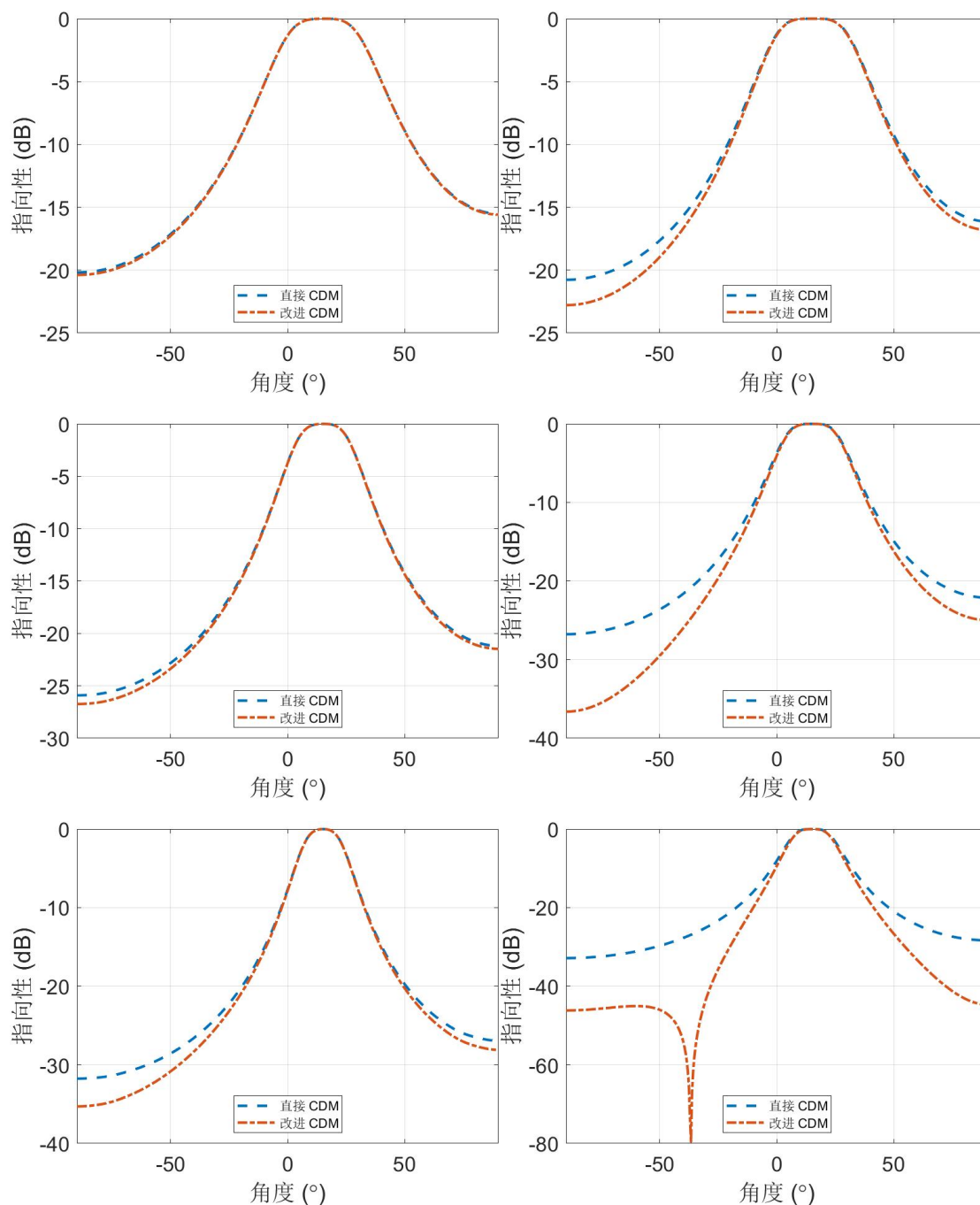


图 2-7 矩形活塞源参量阵扬声器的远场音频声指向性：左列半边长 0.065 m，宽 0.03 m；右列半边长 0.2 m，宽 0.2m；频率从上到下依次是 250 Hz；500 Hz；1 kHz；2 kHz；4 kHz；8 kHz

2.2.7 矩形偏转波束模型

由于矩形参量阵扬声器的常用性，有必要将其在可偏转情况下的指向性情况进行探究。为了简化计算，模拟时矩形模型的偏转角 (θ_0, φ_0) 中 $\varphi_0 = 0$ 。同时 $\varphi =$

0, 在这种情形下有超声指向性 $D_i(\theta) = \text{sinc}[\Re(k_i)a_x(\sin(\theta) - \sin(\theta_0))]$, 有效指向性 $D_A(\theta) = \text{sinc}[\Re(k_a)a_x(\sin(\theta) - \sin(\theta_0))]$ 。图 2-8 是偏转角度 $\theta_0 = 15^\circ$ 时, 半边长 $a_x = 0.065 \text{ m}$, $a_y = 0.03 \text{ m}$ 的矩形参量阵扬声器, 以及 $a_x = a_y = 0.2 \text{ m}$ 的正方形参量阵扬声器在不同模型下的指向性模拟计算结果。



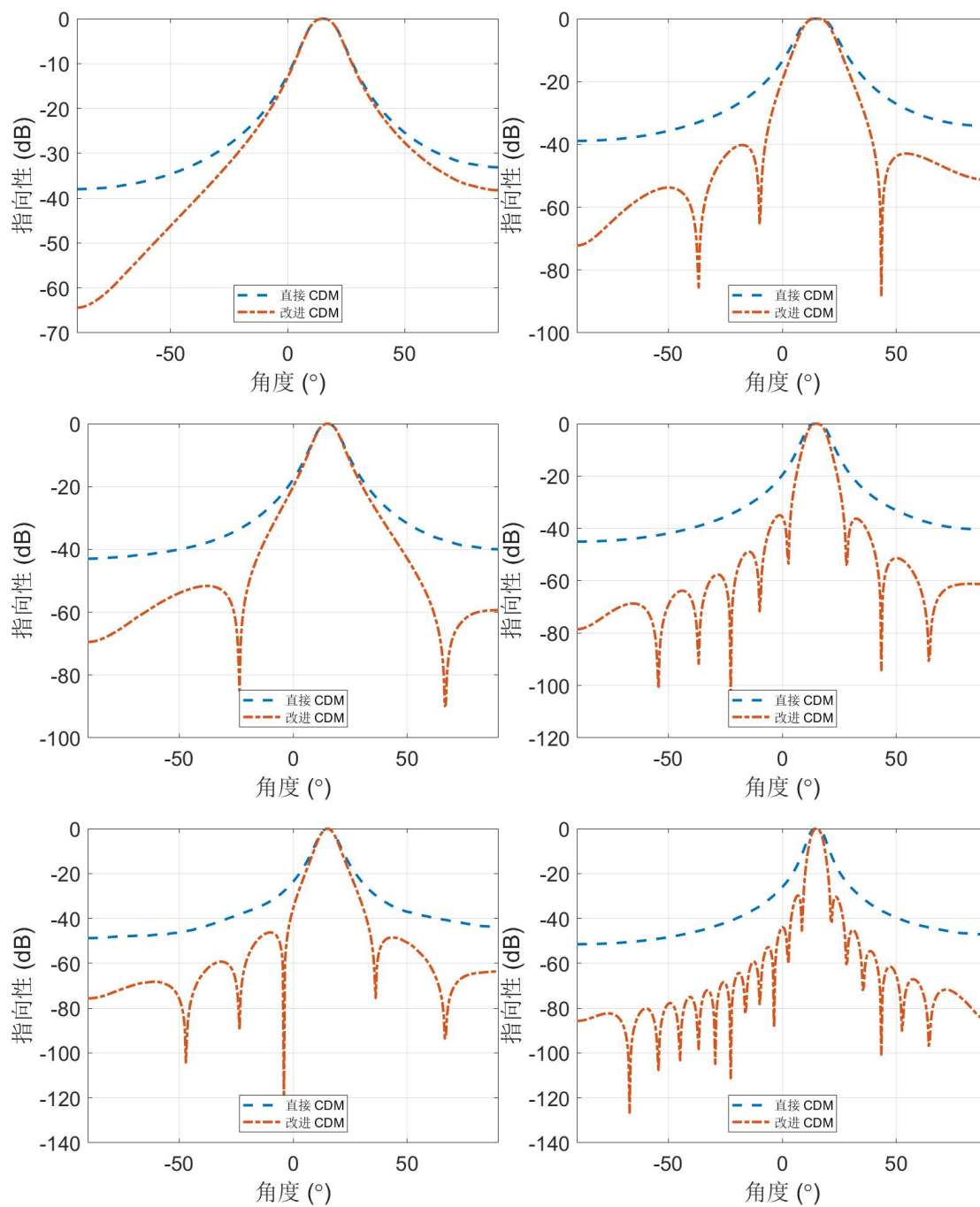


图 2-8 矩形可偏转参量阵扬声器在偏转角为 15° 情况下的远场音频声指向性：左列半边长 0.065 m，宽 0.03 m；右列半边长 0.2 m，宽 0.2 m；频率从上到下依次是 250 Hz；500 Hz；1 kHz；2 kHz；4 kHz；8 kHz

第三章卷积模型的实验探究

直接卷积模型和修正卷积模型的理论推导在前文已经阐述，但是目前文献中缺少对于修正卷积模型的实验验证与对比。所以需要根据实验室现有的实验条件，选择合适型号的参量阵扬声器以及相关配套测量、供电、控制设备，搭建好参量阵扬声器指向性测试平台。通过传声器接收，并通过 HBK 公司生产的 PLUSE 等设备处理接收到的信号，在与之配套的 Labshop 软件上测量出声压值。Labshop 软件是 HBK 公司旗下 Brüel & Kjær 声学与振动测量公司研发的用于声学数据分析软件。通过修改程序控制测量声压在 10 s 内的平均值，作为当前角度的声压测量值，后续实验均采用这一标准。

接下来将要对三维圆形活塞模型，三维正方形模型，以及矩形偏转声束模型进行指向性测试，数据采集结果导入 MATLAB 程序中与仿真模拟结果进行对比。得到理论与实验对比图，比对 Westervelt 指向性，直接卷积模型指向性，修正卷积模型指向性与实际测量值之间的吻合程度（Westervelt 指向性是否参加对比在第二章 2.2.3 小节中已经阐述这里不再赘述）。

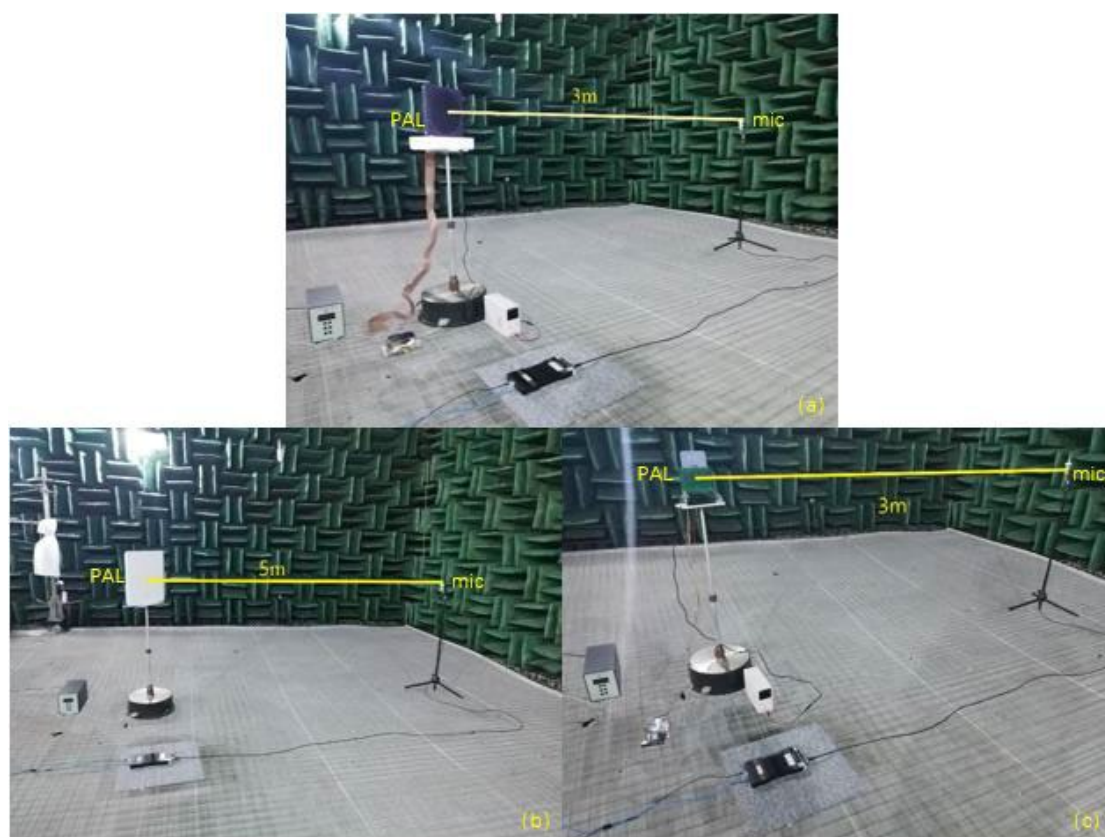


图 3-1 实验装置图(a)圆形参量阵扬声器；(b)正方形参量阵扬声器；(c)矩形参量阵扬声器

3.1 实验设置条件

实验在南京大学全消声室(尺寸为 11.4 m × 7.8 m × 6.7 m)中进行, 温度 12 °C, 相对湿度 72%。试验装置如图 3-1 所示。实验装置简化示意图如图 3-2 所示。传声器以及前置放大器型号: 1/2 英寸驻极体自由场传声器 CHZ-221+Anty M1212U, PLUSE 型号: HBK 公司 Brüel & Kjær 品牌的 3160-B-022。

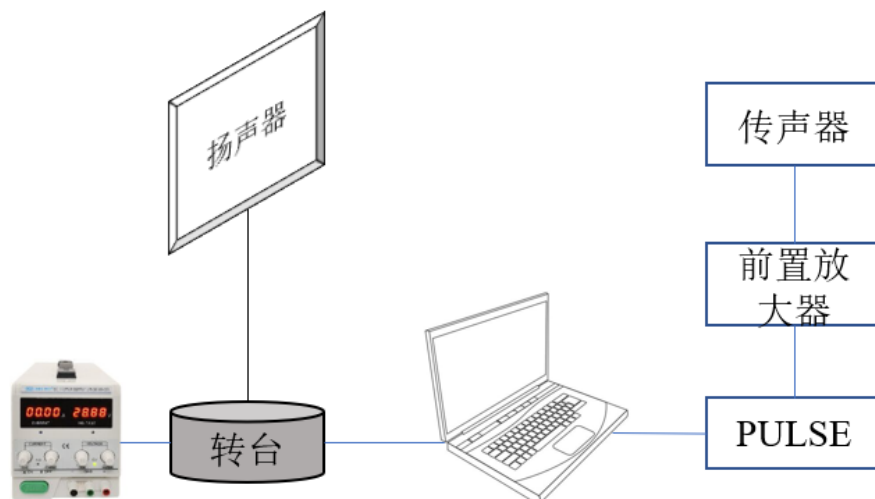


图 3-2 实验装置简化示意图

3.2 圆形参量阵扬声器

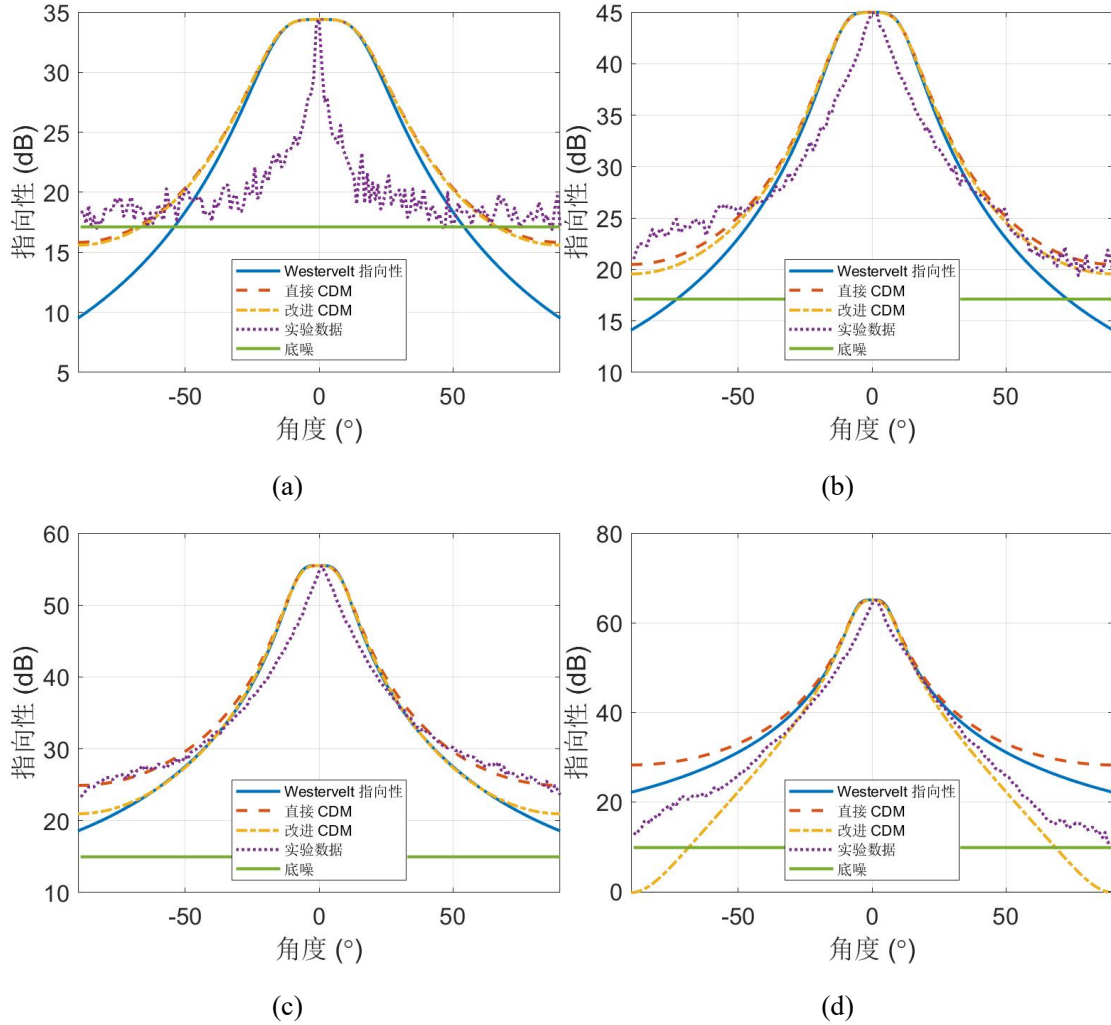
3.2.1 实验内容

根据实验室现有的实验装置, 选择半径为 10 cm 的圆形参量阵扬声器进行三维活塞模型的实验内容。将参量阵扬声器固定在底座上, 使得参量阵扬声器保持竖直且中心位置在转台主轴上。安装并连接好各实验仪器, 使得参量阵扬声器与传声器之间的距离为 3 m。调整参量阵扬声器直流电源, 电压 3.6 V。周围可能对声场产生影响的物体用吸声棉包裹, 关好消声室门, 为了防止参量阵扬声器发出的超声在声接受装置发生非线性效应产生伪声, 在声接收装置上贴上四层胶带(厚度大概是超声波长的四分之一)作为声滤波器。通过参量阵扬声器控制装置给参量阵扬声器发声设定程序来发出稳定频率的超声波。声音由传声器接收, 经过前置放大器放大以及 PULSE 数据处理后在电脑端由 Labshop 软件显示出测量结果。并记录在 EXCEL 软件中。实验设定音频声频率 250 Hz(实际峰值频率 256

Hz), 500 Hz(512 Hz), 1 kHz(1024 Hz), 2 kHz(2049 Hz), 4 kHz(3976 Hz), 8 kHz(8014 Hz)。测量结果通过 MATLAB 程序与模拟仿真结果绘制在一起, 在保持实验数据不变的情况下将模拟数据的主瓣峰值上下平移至实验数据峰值位置。

3.2.2 实验结果与分析

测得实验数据如图 3-3 所示。



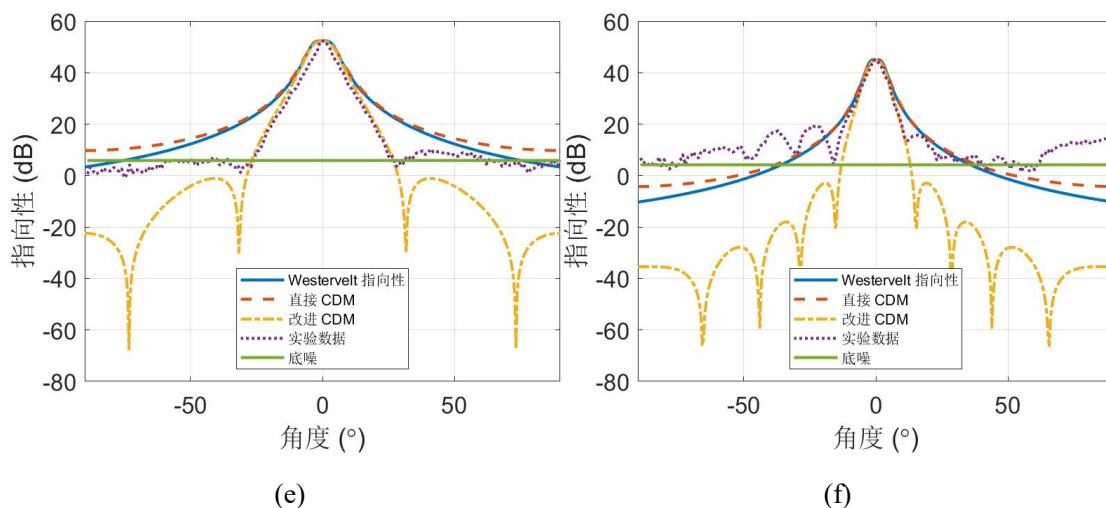


图 3-3 三维活塞模型指向性实验数据与模拟数据对比图：(a)250 Hz；(b)500 Hz；(c)1 kHz；
(d)2 kHz；(e)4 kHz；(f)8 kHz

由实验图像可以看出随着频率的增加，主瓣指向性更加尖锐。虽然在 250 Hz 时的指向性异常高，经过重复测量依然无法使得指向性趋向于模拟的趋势，其原因可能是较为低频的情况下底噪较高，峰值也较小，实验误差增大。在较高频率 (4 kHz, 8 kHz) 时，可以看出测量出的指向性在主瓣部分与修正卷积模型的模拟结果符合得较好，而且修正卷积模型也准确的预测出了由孔径因子影响而出现的旁瓣，这是其他模型所做不到的。直接卷积模型考虑了超声的指向性，将超声的孔径因子纳入了直接卷积模型，因此预测结果比 Westervelt 模型更准确。然而，直接卷积模型没有正确地捕捉音频声的孔径因子，导致预测精度随着音频频率和孔径大小的增加而下降。在较高的音频频率和/或较大的孔径尺寸下，音频声可以被视为来自直径为 $2a$ 的近场虚拟源的辐射，这可以用公式(2-27)所示的修正卷积模型中使用有效指向性来近似，因此它优于直接卷积模型。

在音频声频率 500 Hz 这组数据测量时，因为主瓣部分测量数据与模拟数据有出入。通过将声接收装置竖直放置，使得声掠入射也未能有效减弱结果的指向性。考虑将参量阵扬声器与声接收器之间的距离加大到 4 m 测得数据指向性有所减弱，修正卷积模型的模拟数据更加接近实验数据。于是尝试继续增加参量阵扬声器与声接收器之间的距离继续到 5 m。最终测得三组数据的对比图如图 3-4 所示。紫色带“X”号的是 3 m 间距，指向性最强。绿色带“+”号的是 4 m 间距，指向性最弱。这两组对比可能有增加间距使得远场条件符合更好，从而结果更加符合

较低频率的音频声指向性较差的模拟结果。然而 5 m 间距情况并没有表现得更佳,可能是因为已经符合远场情况,继续增加距离补正效果减弱,而且随着距离的增加,参量阵扬声器平面的法向与声接收器之间的误差会被逐渐放大。也可能是没有表现更佳的原因。

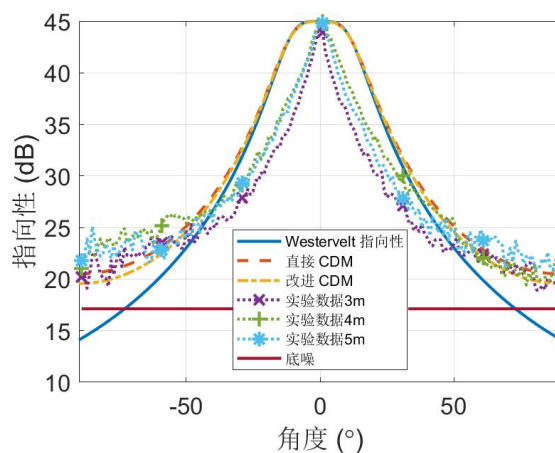


图 3-4 参量阵扬声器与声接收器之间距离改变引起的指向性对比图

3.3 矩形参量阵扬声器

3.3.1 实验内容

矩形参量阵扬声器选择半边长均为 0.2 m 的正方形参量阵扬声器进行实验。实验用正方形参量阵扬声器尺寸较大,使用书立和胶带将其固定在转台的支架上如图 3-1(b)所示。由电脑控制参量阵扬声器播放各个目标频率的单频声,电脑音量条正在 10%。为了满足远场条件,本组实验参量阵扬声器与声接收器之间的距离为 5 m。转动转台测得各个角度的指向性数值。具体操作与三维活塞模型流程相同。

3.3.2 试验结果与分析

测得实验数据如图 3-5 所示

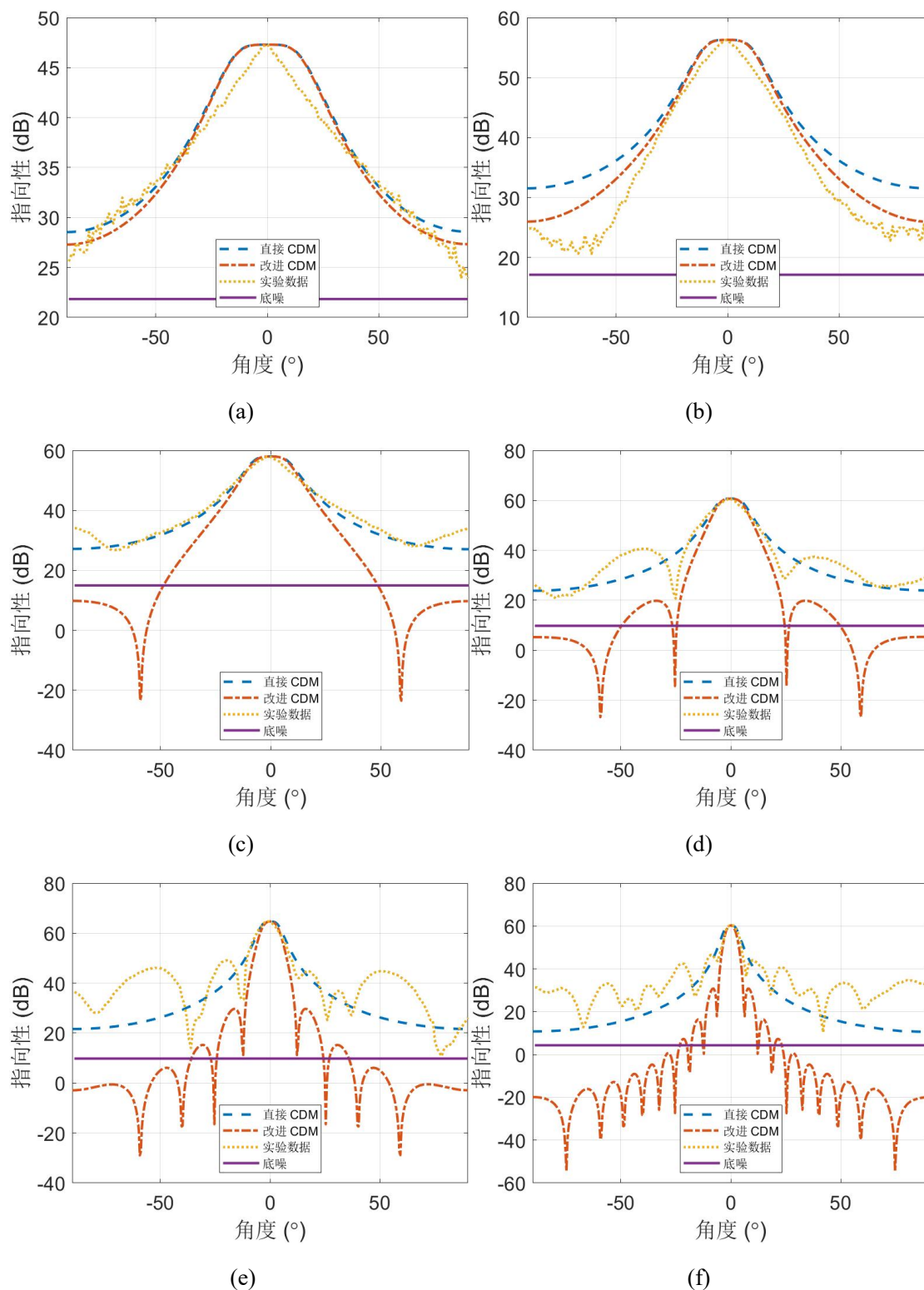


图 3-5 矩形参量阵扬声器模型指向性实验数据与模拟数据对比图：音频声频率(a)250 Hz；
(b)500 Hz；(c)1 kHz；(d)2 kHz；(e)4 kHz；(f)8 kHz

由图中实验数据对比可以得出修正卷积模型不管音频声频率是在低频还是

较高频率，在主瓣部分都与实验数据更为符合，而且随着音频声频率升高主瓣更加尖锐，指向性也增强，并且，修正卷积模型可以较好的预测出由孔径因子引起的旁瓣位置，但是在旁瓣位置的指向性数值却无法良好吻合。经过多次测量，发现在大角度时，只能预测旁瓣的存在，并不能准确预测指向性旁瓣的数值。这一现象有待继续研究。

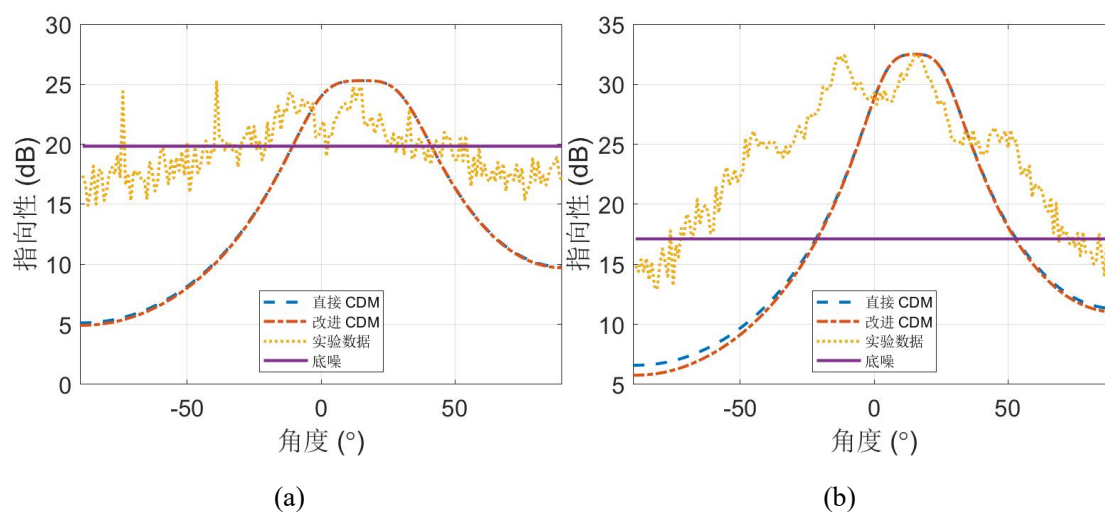
3.4 矩形偏转波束参量阵扬声器

3.4.1 实验内容

制作了一个由 8×6 个阵元组成的矩形可偏转参量阵扬声器，每个阵元直径 0.01 m，间距 7.5 mm。整体等效半边长 0.065 m，宽 0.03 m。修改参量阵扬声器控制装置的程序，使得矩形参量阵扬声器产生在 θ 方向偏转 15° ，其他方向不偏转。参量阵扬声器直流电源电压设置为 3.6 V。将参量阵扬声器固定在转台上，保持其中心在转台主轴上。声接收器与参量阵扬声器距离 3 m。旋转转台，测量参量阵扬声器在产生各个音频声频率情况下音频声场的指向性并记录。

3.4.2 实验结果和分析

将测得的各个频率的音频声指向性数据结合相应频率的指向性模拟结果。其对比图如下图 3-6 所示



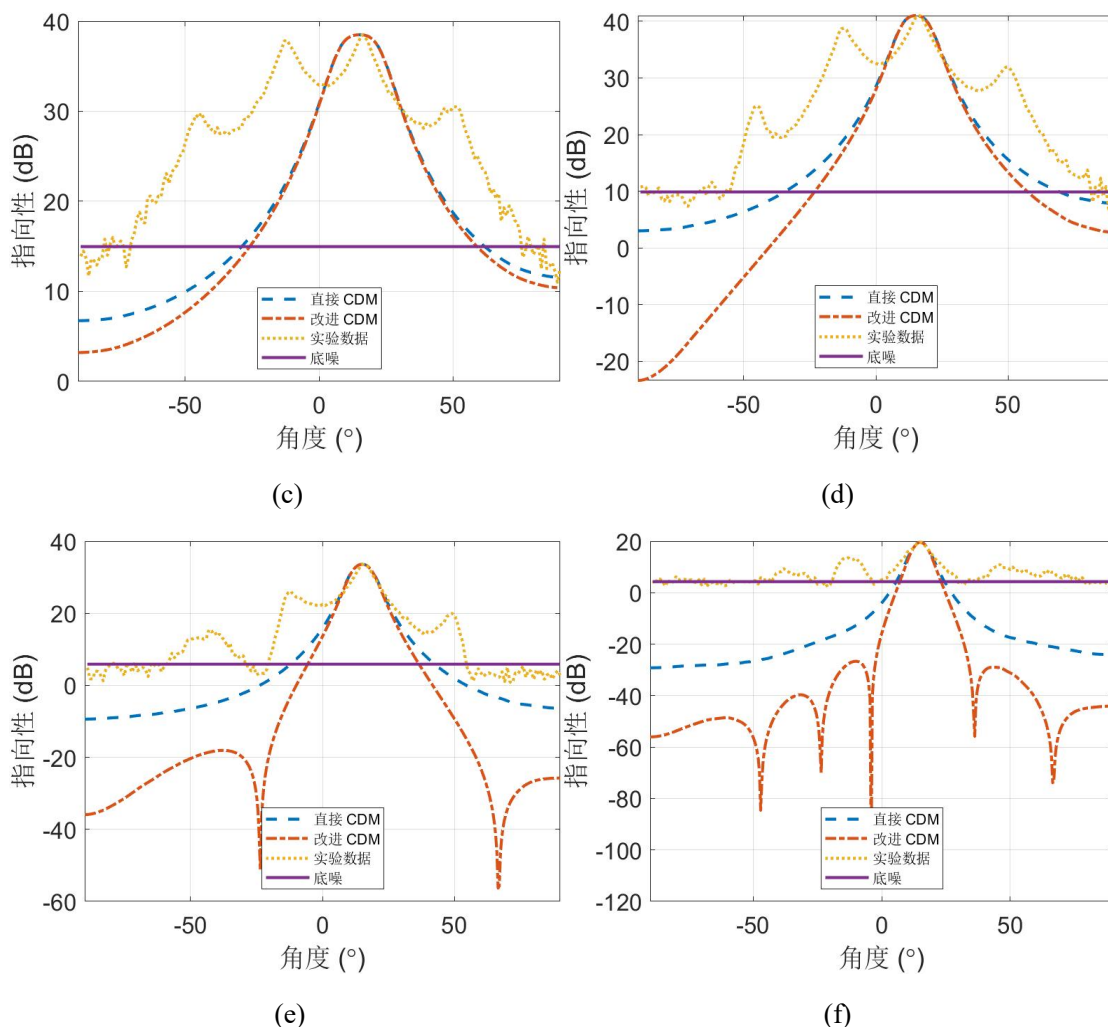


图 3-6 矩形可偏转参量阵扬声器模型在偏转 15°时指向性实验数据与模拟数据对比图：音频声频率(a)250 Hz；(b)500 Hz；(c)1 kHz；(d)2 kHz；(e)4 kHz；(f)8 kHz

通过对比图可以看出尽管参量阵扬声器尺寸较小，单元排列也不甚紧密。很难严格模拟其产生的声场。但是在较高频率(4 kHz, 8 kHz)时，修正卷积模型的将孔径因子和孔径尺寸的影响纳入计算后还是表现出了主瓣附近较为良好的贴合，以及旁瓣位置的有效预测。修正卷积模型的优势还是能够提现。不过相对低频情况下表现就不理想了。低频情况下底噪偏高会影响结果，也有可能是加工和实验条件所限带来的误差，这些还有待继续研究。

第四章 总结与展望

参量阵扬声器能产生高指向音频声束，由于这一特性，它被应用于各种需要指向声源的音频系统中。参量阵扬声器产生音频声波的物理方式不同于传统的扬声器，本文探究了参量阵扬声器在远场情况下的指向性预测模型，并进行了实验验证。

在第二章，本文基于 Westervelt 方程的准线性解，推导了计算指向性的二维和三维卷积模型。关键是用向内外推远场声压的方法来近似复杂的近场超声压。对于二维和三维模型，直接卷积模型分别表示为超声指向性和 Westervelt 指向性的线性卷积和球面卷积。并提出了一种改进的卷积模型，将直接卷积模型得到的方向性与音频的孔径因子得到的有效方向性相乘。有效指向性是由具有相同孔径的声源和两个频率的声源的速度分布乘积得到的，因此两种卷积模型比起求高阶积分的方法都更加效率。二维直接卷积模型已广泛应用于分析用来控制音频波束的线性相控阵参量阵扬声器的指向性^[42, 55]。本文提出的修正卷积模型为这类问题提供了一个更精确的工具。通过实验模拟可以看出当音频声频率以及扬声器尺寸逐渐增大时，更多的旁瓣被修正卷积模型预测到，这是其他模型所做不到的。本文在进行三维可偏转声束模型的模拟时应用的是只有天顶角改变，方位角不变的简化模型。但是当三维可偏转参量阵扬声器偏转的方向即存在天顶角，又有方位角的情况还没有文献探究过，可以供以后继续探究。

在第三章中，本文通过圆形活塞模型，矩形模型，矩形可偏转模型的实际测量印证修正卷积模型的优势。尤其是主瓣部分，修正卷积模型可以更好的与实验数据吻合。然而参量阵扬声器的指向性经常出现模拟结果低于底噪的情况，而此时旁瓣又经常在实验中测出来，以至于旁瓣虽然出现了，但却高于模拟中的数值。这一点暂时还没有找到解释的方法。有待后续的理论探究，以及通过更多更精确的实验测试，获取更加精确的实验数据，减小实验误差，来更好的印证模型的准确性。

此外在低频情况下测出的指向性异常偏高的情况在多次重复下暂时还没有改善，有可能是参量阵扬声器发出的超声在声接收器上产生非线性效应形成伪声。但是在包裹了几层作为声滤波器的胶带屏蔽伪声后依然未能改善。将声接收器竖直放置，使得声音掠入射也未能有所改善。低频的实际情况如何还有待探索。

硕士期间已发表与待发表的论文

第一作者论文

(1)陈哲, 李梦同, 章东等.矩形参量阵扬声器远场指向性的研究[J].声学技术(已接收)

第二作者论文:

(1)仲旭, 陈哲, 章东. An improved lumped parameter model predicting attenuation of earmuff with airleakage[J].中国物理 B, 2022, 31 (11): 114301.

致谢

时光匆匆流逝，不经意间三年的研究生学习时间已经过去。这一路经历了许多收获了许多。

感谢章东教授。从本科到研究生阶段，章老师一直给予我耐心的教导和无微不至的关心，对于学业中的疑惑及时解答，对于实验中的困难指明了方向。章老师学识渊博，语言风趣幽默，极具人格魅力，是我学海生涯的一盏明灯，也是我一生的学习，工作和生活中的榜样。

感谢郭霞生教授。郭老师学术严谨，精益求精的学术作风给了我很大影响，对我的科研思维影响颇深。组会上，郭老师谈吐幽默，眼光敏锐，精确指导报告中的问题。生活中支持大家自发的体育活动，让我们得到了锻炼，加深了友谊。

感谢屠娟教授。屠老师平易近人，指导细心耐心，给我们不仅是学术上，生活中也有很大帮助。您和蔼可亲的笑容，关心的话语让我及时从忙碌中恢复过来，继续前行。

感谢卢晶教授。卢老师为我的实验无私的提供了场地消声室和实验器具的帮助。在此也感谢李梦同同学对我实验的帮助，让我的科研内容得以顺利完成。

感谢钟家鑫学长。钟学长在我研究生阶段我的科研生涯中给予了很多的帮助。从前期的模拟仿真，文献学习，到后来的独立实验，数据测量，论文修改。都无私的奉献自己的时间，指导我完成了科研内容。

感谢仲旭学长。仲学长是我研究生入门阶段的指引者，让我了解了参量阵扬声器的基础科研前景以及发展方向。

感谢许光耀，杨东昕，倪正阳等学长的帮助，让我在第一年快速融入 UMB 大家庭。第一年寒假大家未能回家，一起在实验室跨年，吃火锅的美好回忆仍然记忆犹新。

感谢尹楚豪。作为 UMB 叮当猫，豪哥慷慨热情，乐于助人，在我学术上有问题时帮助我解决了许多各种各样的问题。无论什么奇奇怪怪的问题，豪哥总能给予及时的准确的帮助。再次感谢！

感谢黄俊杰，朱致镛，袁紫燕，丁苏豫，倪正阳，王冠珠，宋人杰，马晴，高凡，张琪，陈曦舟，谢林洲，刘睿，孙彪，刘子星，陈曦舟，马鸿飞，东凡淞，魏沁然，郑海祥，桑大川，姜岭寅，王泽溢等同学们的帮助和陪伴，硕士期间有

致谢

你们的陪伴，我的硕士生活才如此多彩。

感谢周坤，周亮，周新迪三位舍友的陪伴，能在硕士阶段结识三位是我的幸运。与你们共同生活的三年，大家互相包容快乐相伴，祝你们前程似锦。

参考文献

- [1] Gan W S, Yang J, Kamakura T. A review of parametric acoustic array in air[J]. *Applied Acoustics*, 2012, 73(12): 1211-1219.
- [2] Foote K G. Reflections on “Parametric acoustic array,” source of virtual-array sonars[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2021, 150(1): R1-R2.
- [3] Tanaka N, Tanaka M. Active noise control using a steerable parametric array loudspeaker[J]. *The journal of the acoustical society of America*, 2010, 127(6): 3526-3537.
- [4] Zhong J, Zhuang T, Kirby R, et al. Quiet zone generation in an acoustic free field using multiple parametric array loudspeakers[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2022, 151(2): 1235-1245.
- [5] Ogami Y, Nakayama M, Nishiura T. Virtual sound source construction based on radiation direction control using multiple parametric array loudspeakers[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2019, 146(2): 1314-1325.
- [6] Castagnède B, Moussatov A, Lafarge D, et al. Low frequency in situ metrology of absorption and dispersion of sound absorbing porous materials based on high power ultrasonic non-linearly demodulated waves[J]. *Applied Acoustics*, 2008, 69(7): 634-648.
- [7] Hamilton M F, Blackstock D T, *Nonlinear Acoustics*. New York: Acoustical Society of America, 2008.
- [8] Ingard U, Pridmore-Brown D C. Scattering of sound by sound[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1956, 28(3): 367-369.
- [9] Westervelt P J. Scattering of Sound by Sound[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1957, 29(8): 934-935.
- [10] Westervelt P J. Scattering of sound by sound[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1957, 29(2): 199-203.
- [11] Bellin J L S, Beyer R T. Scattering of sound by sound[J]. *The Journal of the*

- Acoustical Society of America, 1960, 32(3): 339-341.
- [12] Darvennes C M, Hamilton M F. Scattering of sound by sound from two Gaussian beams[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1990, 87(5): 1955-1964.
- [13] Dimant Y, Roger-Eitan I, Gleizer A. Lens mediated scattering of sound by sound with finite aperture beams[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2021, 149(1): 207-214.
- [14] Zu-wen Q. Nonlinear acoustics in higher-order approximation[J]. Acta Physica Sinica, 1995, 4(9): 670-675.
- [15] Ma Q, Gong X, Zhang D. Third order harmonic imaging for biological tissues using three phase-coded pulses[J]. Ultrasonics, 2006, 44: e61-e65.
- [16] Liu X, Li J, Gong X, et al. Theoretical and experimental study of the third-order nonlinearity parameter C/A for biological media[J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 2007, 228(2): 172-178.
- [17] Mitri F G. Nonlinear acoustics in higher-order approximation: Comment[J]. IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, 2010, 57(8): 1715-1716.
- [18] Garner G, Steer M B. Third-order parametric array generated by distantly spaced primary ultrasonic tones[J]. IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, 2012, 59(4): 776-784.
- [19] Johnson S J, Steer M B. An efficient approach to computing third-order scattering of sound by sound with application to parametric arrays[J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2014, 61(10): 1729-1741.
- [20] Garner III G. Design of optimal directional parametric acoustic arrays in air[M]. North Carolina State University, 2011.
- [21] Westervelt P J. Parametric acoustic array[J]. The Journal of the acoustical society of America, 1963, 35(4): 535-537.
- [22] Westervelt P J. Parametric end-fire array[J]. The Journal of the Acoustical

- Society of America, 1960, 32(7): 934-935.
- [23] Berkta H O, Shooter J A. Nearfield effects in end-fire line arrays[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1973, 53(2): 550-556.
- [24] Bellin J L S, Beyer R T. Experimental investigation of an end-fire array[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1962, 34(8): 1051-1054.
- [25] Mellen R H. Nearfield beam patterns of exponentially shaded end-fire line arrays[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1976, 60(2): 505-506.
- [26] Mellen R H. Nearfield axial levels of exponentially shaded end-fire arrays[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1977, 61(2): 599-601.
- [27] Tu Z, Lu J, Qiu X. Robustness of a compact endfire personal audio system against scattering effects (L)[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2016, 140(4): 2720-2724.
- [28] Humphrey V F, Robinson S P, Smith J D, et al. Acoustic characterization of panel materials under simulated ocean conditions using a parametric array source[J]. The journal of the acoustical society of America, 2008, 124(2): 803-814.
- [29] Qu K, Zou B, Chen J, et al. Experimental study of a broadband parametric acoustic array for sub-bottom profiling in shallow water[J]. Shock and Vibration, 2018, 2018: 1-8.
- [30] Wiedmann K, Buch T, Weber T. Parametric underwater communications[C]//Proceedings of meetings on acoustics ECUA2012. Acoustical Society of America, 2012, 17(1): 070021.
- [31] Trucco A, Pescetto A. Acoustic detection of objects buried in the seafloor[J]. Electronics Letters, 2000, 36(18): 1595-1596.
- [32] Zhou H, Huang S H, Li W. Parametric acoustic array and its application in underwater acoustic engineering[J]. Sensors, 2020, 20(7): 2148.
- [33] Bennett M B, Blackstock D T. Parametric array in air[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1975, 57(3): 562-568.

- [34] Yoneyama M, Fujimoto J, Kawamo Y, et al. The audio spotlight: An application of nonlinear interaction of sound waves to a new type of loudspeaker design[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1983, 73(5): 1532-1536.
- [35] Hedberg C M, Haller K C E, Kamakura T. A self-silenced sound beam[J]. Acoustical Physics, 2010, 56(5): 637-639.
- [36] Nomura H, Hedberg C M, Kamakura T. Numerical simulation of parametric sound generation and its application to length-limited sound beam[J]. Applied Acoustics, 2012, 73(12): 1231-1238.
- [37] Skinner E, Groves M, Hinders M K. Demonstration of a length limited parametric array[J]. Applied Acoustics, 2019, 148: 423-433.
- [38] Ye C, Kuang Z, Ji P, et al. Generation of audible sound from two ultrasonic beams with dummy head (Special issue: Ultrasonic electronics)[J]. Japanese journal of applied physics, 2008, 47(5): 4333-4335.
- [39] Ji P, Yang J, Gan W S. The investigation of localized sound generation using two ultrasound beams[J]. IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, 2009, 56(6): 1282-1287.
- [40] Matsui T, Ikefuji D, Nakayama M, et al. A design of audio spot based on separating emission of the carrier and sideband waves[C]//Proceedings of Meetings on Acoustics ICA2013. Acoustical Society of America, 2013, 19(1): 055049.
- [41] Iijima R, Minami S, Zhou Y, et al. Audio hotspot attack: An attack on voice assistance systems using directional sound beams and its feasibility[J]. IEEE Transactions on Emerging Topics in Computing, 2019, 9(4): 2004-2018.
- [42] Shi C, Kajikawa Y, Gan W S. Generating dual beams from a single steerable parametric loudspeaker[J]. Applied Acoustics, 2015, 99: 43-50.
- [43] Hahn N, Ahrens J, Andersson C. Parametric array using amplitude modulated pulse trains: Experimental evaluation of beamforming and single sideband modulation[C]//Audio Engineering Society Convention 151. Audio

- Engineering Society, 2021: 1-7.
- [44] Okano A, Kajikawa Y. Phase Control of Parametric Array Loudspeaker by Optimizing Sideband Weights[C]//ICASSP 2022-2022 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). IEEE, 2022: 31-35.
- [45] Wang H, Tang J, Wu Z, et al. A Multibeam Steerable Parametric Array Loudspeaker for Distinct Audio Content Directing[J]. IEEE Sensors Journal, 2022, 22(13): 13640-13647.
- [46] Cervenka M, Bednarik M. Non-paraxial model for a parametric acoustic array[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2013, 134(2): 933-938.
- [47] Lawton B W. Damage to human hearing by airborne sound of very high frequency or ultrasonic frequency[M]. Health & Safety Executive, 2001.
- [48] Pompei F J. Sound from ultrasound: The parametric array as an audible sound source[D]. Massachusetts Institute of Technology, 2002.
- [49] Silva G T, Bandeira A. Difference-frequency generation in nonlinear scattering of acoustic waves by a rigid sphere[J]. Ultrasonics, 2013, 53(2): 470-478.
- [50] Shi C, Kajikawa Y, Gan W S. An overview of directivity control methods of the parametric array loudspeaker[J]. APSIPA Transactions on Signal and Information Processing, 2014, 3: 1-12.
- [51] Berktaý H O. Possible exploitation of non-linear acoustics in underwater transmitting applications[J]. Journal of Sound and Vibration, 1965, 2(4): 435-461.
- [52] Berktaý H O, Leahy D J. Farfield performance of parametric transmitters[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1974, 55(3): 539-546.
- [53] Shi C, Kajikawa Y. Volterra model of the parametric array loudspeaker operating at ultrasonic frequencies[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2016, 140(5): 3643-3650.
- [54] Shi C, Gan W S. Product directivity models for parametric loudspeakers[J].

- The Journal of the Acoustical Society of America, 2012, 131(3): 1938-1945.
- [55] Shi C, Kajikawa Y. A convolution model for computing the far-field directivity of a parametric loudspeaker array[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2015, 137(2): 777-784.
- [56] Guasch O, Sánchez-Martín P. Far-field directivity of parametric loudspeaker arrays set on curved surfaces[J]. Applied Mathematical Modelling, 2018, 60: 721-738.
- [57] Shi C, Wang Y, Xiao H, et al. Extended convolution model for computing the far-field directivity of an amplitude-modulated parametric loudspeaker[J]. Journal of Physics D: Applied Physics, 2022, 55(24): 244002.
- [58] Zhong J, Kirby R, Qiu X. The near field, Westervelt far field, and inverse-law far field of the audio sound generated by parametric array loudspeakers[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2021, 149(3): 1524-1535.
- [59] Moffett M B, Mellen R H. Nearfield characteristics of parametric acoustic sources[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1981, 69(2): 404-409.
- [60] Zhong J, Kirby R, Qiu X. A spherical expansion for audio sounds generated by a circular parametric array loudspeaker[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2020, 147(5): 3502-3510.
- [61] Aanonsen S I, Barkve T, Tjøtta J N, et al. Distortion and harmonic generation in the nearfield of a finite amplitude sound beam[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1984, 75(3): 749-768.
- [62] Wen J J, Breazeale M A. A diffraction beam field expressed as the superposition of Gaussian beams[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1988, 83(5): 1752-1756.
- [63] Ding D, Shui Y, Lin J, et al. A simple calculation approach for the second harmonic sound field generated by an arbitrary axial-symmetric source[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1996, 100(2): 727-733.
- [64] Ding D. A simplified algorithm for the second-order sound fields[J]. The

- Journal of the Acoustical Society of America, 2000, 108(6): 2759-2764.
- [65] Ding D, Zhang Y, Liu J. Some extensions of the Gaussian beam expansion: Radiation fields of the rectangular and the elliptical transducer[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2003, 113(6): 3043-3048.
- [66] Ding D. A simplified algorithm for second-order sound beams with arbitrary source distribution and geometry (L)[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2004, 115(1): 35-37.
- [67] Ding D, Zhang Y. Notes on the Gaussian beam expansion[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2004, 116(3): 1401-1405.
- [68] Ding D, Tong X, He P. Supplementary notes on the Gaussian beam expansion[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2005, 118(2): 608-611.
- [69] Ervenka M, Bednařík M. On the structure of multi-Gaussian beam expansion coefficients[J]. Acta Acustica united with Acustica, 2015, 101(1): 15-23.
- [70] Yang J, Sha K, Gan W S, et al. A Fast Field Scheme for the Parametric Sound Radiation from Rectangular Aperture Source[J]. Chinese Physics Letters, 2004, 21(1): 110-113.
- [71] Yang J, Sha K, Gan W S, et al. Modeling of finite-amplitude sound beams: Second order fields generated by a parametric loudspeaker[J]. IEEE Transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, 2005, 52(4): 610-618.
- [72] Masunaga S, Ikefuji D, Morise M, et al. Harmonic distortion measurement for a parametric loudspeaker with logarithmic time stretched pulse[C]//Proc. Acoust.'12. 2012.
- [73] Ye C, Wu M, Wu S, et al. Modeling of parametric loudspeakers by Gaussian-beam expansion technique[J]. Japanese Journal of Applied Physics, 2010, 49(7S): 07HE18.
- [74] Zhao X, Gang T. Nonparaxial multi-Gaussian beam models and measurement models for phased array transducers[J]. Ultrasonics, 2009, 49(1): 126-130.

- [75] Wang T, Zhang C, Aleksov A, et al. Two-dimensional analytic modeling of acoustic diffraction for ultrasonic beam steering by phased array transducers[J]. *Ultrasonics*, 2017, 76: 35-43.
- [76] Kagawa Y, Tsuchiya T, Yamabuchi T, et al. Finite element simulation of nonlinear sound wave propagation[J]. *Journal of sound and vibration*, 1992, 154(1): 125-145.
- [77] Červenka M, Bednařík M. A versatile computational approach for the numerical modelling of parametric acoustic array[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2019, 146(4): 2163-2169.
- [78] Červenka M, Bednařík M. An algebraic correction for the Westervelt equation to account for the local nonlinear effects in parametric acoustic array[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2022, 151(6): 4046-4052.
- [79] Zhong J, Kirby R, Karimi M, et al. A cylindrical expansion of the audio sound for a steerable parametric array loudspeaker[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2021, 150(5): 3797-3806.
- [80] Gan W S, Yang J, Tan K S, et al. A digital beamsteerer for difference frequency in a parametric array[J]. *IEEE Transactions on audio, speech, and language processing*, 2006, 14(3): 1018-1025.
- [81] Hamilton M F, Tjo/tta J N, Tjo/tta S. Nonlinear effects in the farfield of a directive sound source[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1985, 78(1): 202-216.
- [82] Foote K G. Discriminating between the nearfield and the farfield of acoustic transducers[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2014, 136(4): 1511-1517.
- [83] Schmerr Jr L W. *Fundamentals of ultrasonic phased arrays*[M]. Springer, 2014.
- [84] Roddy P J, McEwen J D. Sifting convolution on the sphere[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2021, 28: 304-308.
- [85] Evans L B, Bass H E, Sutherland L C. Atmospheric absorption of sound: Theoretical predictions[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*,

- 1972, 51(5B): 1565-1575.
- [86] Hamilton M F. Effective Gol'dberg number for diverging waves[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2016, 140(6): 4419-4427.
- [87] ISO 9613-1:1993. Acoustics — Attenuation of Sound during Propagation Outdoors — Part 1: Calculation of the Absorption of Sound by the Atmosphere[J]. Tech. rep. Genève: International Organization for Standardization, 1993.
- [88] Bass H E, Sutherland L C, Zuckerwar A J. Atmospheric absorption of sound: Update[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1990, 88(4): 2019-2021.
- [89] Bass H E, Sutherland L C, Zuckerwar A J, et al. Atmospheric absorption of sound: Further developments[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1995, 97(1): 680-683.
- [90] Bass H E, Sutherland L C, Zuckerwar A J, et al. Erratum: atmospheric absorption of sound: further developments [J. Acoust. Soc. Am. 97, 680–683 (1995)][J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1996, 99(2): 1259-1259.